Zentrum für experimentelle Gravitationsphysik

Universität Hannover
Institut für Gravitationsphysik

Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik
Albert-Einstein-Institut

Charakterisierung von Lasersystemen für Gravitationswellendetektoren

Diplomarbeit von Patrick Kwee

Hannover, September 2005

Angefertigt unter Anleitung von

Prof. Dr. Karsten Danzmann
Institut für Gravitationsphysik
Universität Hannover

Referent:	Prof. Dr. Karsten Danzmann
Koreferent:	Juniorprof. Dr. Roman Schnabel
Datum:	26. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **1**
1.1. Anforderungen an das *Advanced LIGO* Lasersystem 2

2. Theoretische Grundlagen **7**
2.1. Gauß'sche Strahlen 7
2.1.1. Variation der Strahlparameter 10
2.2. Strahllage 12
2.3. Optische Resonatoren 16
2.3.1. Moden 16
2.3.2. Finesse 19
2.3.3. Filtereigenschaften 20
2.3.4. Leistungs- und Frequenzfluktuationen 26
2.4. Mach-Zehnder-Interferometer 28

3. Charakterisierungs-Methoden **30**
3.1. Ausgangsleistung 32
3.2. Leistungsrauschen 33
3.3. Frequenzrauschen 37
3.3.1. Referenz-Resonator 37
3.3.2. Schwebungsmessung 39
3.4. Strahlgeometrie 43
3.4.1. CCD-Kamera 43
3.4.2. Strahldivergenz 45
3.4.3. Modenabtastung 49
3.4.4. Vergleich 66
3.5. Strahllagefluktuationen 67

4. Charakterisierung **72**
4.1. Lasersysteme 72
4.2. Messungen 75

5. Stabilisierung **84**
5.1. Konzept 84
5.2. Leistungsstabilisierung 86
5.2.1. Kopplung von Strahlpositionsfluktuationen 87
5.2.2. Rauschprojektion 93
5.3. Strahlgeometrie- und Strahllagestabilisierung 95
5.3.1. Resonatorfilterung 97
5.3.2. Aktive Strahllagestabilisierung 99

6. Zusammenfassung **102**

A. Technische Dokumentation der Schwebungsmessung **105**

B. Technische Dokumentation des Auto-Alignments **123**

C. Optische Versuchsaufbauten **153**

D. Demodulationselektronik **166**

Abkürzungen

AEI	Albert-Einstein-Institut
AOM	Akusto-Optischer Modulator
AR	*Anti-Reflection*
CCD	*Charged-Coupled Device*
DWS	*Differential Wavefront Sensing*
EOM	Elektro-Optischer Modulator
FSR	*Free Spectral Range*
HG	Hermite-Gauß'sche
IO	*Input Optics*
LG	Laguerre-Gauß'sche
LIGO	*Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory*
LSC	*LIGO Scientific Collaboration*
LSD	Lineare Spektrale Dichte
LZH	Laser Zentrum Hannover
MISER	*Monolithic Isolated Single End pumped Ring laser*
Nd:YAG	Neodym-dotiertes Yttrium-Aluminium Granat
PDH	Pound-Drever-Hall
PMC	*Pre-Mode Cleaner*
PSL	*Pre-Stabilized Laser*
PZT	piezo-elektrisches Stellelement
QPD	Quadrantenphotodiode
RIN	*Relative Intensity Noise*
TEM	Transversale Elektro-Magnetische Welle

Symbolverzeichnis

$\delta\alpha$	Winkel zwischen Strahlachse und optischer Achse, S. 11
ϵ	Relative Strahllage, S. 13
$\epsilon_0(z_t)$	Kopplung von Strahlverkippungen, S. 15
ζ_0	Gouyphase eines Umlaufs im Resonator, S. 18
$\zeta(z)$	Gouyphase eines Gauß'schen Strahls, S. 8
η	Phasenverschiebung zwischen $\mathrm{TEM}_{0,0}$ und $\mathrm{TEM}_{1,0}$, S. 68
Θ_D	Verallgemeinerter halber Divergenzwinkel, S. 47
θ_D	Halber Divergenzwinkel eines Gauß'schen Strahls, S. 8
λ	Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle, S. 8
$\Lambda_{p,l}^{c/s}$	Komplexe Amplitude der Laguerre-Gauß'schen Strahlen, S. 9
$\delta\nu$	Frequenzrauschen, S. 37
ν	Frequenz einer elektromagnetischen Welle, S. 7
ν_{LW}	Linienbreite eines Resonators, S. 20
ν_{FSR}	Freier Spektralbereich, S. 17
$\widetilde{\nu}_i$	Resonanzfrequenz eines Peaks, S. 62
ν_n	Resonanzfrequenzen der longitudinalen Moden, S. 17
$\nu_{n,l,m}$	Resonanzfrequenzen der Hermite-Gauß'schen Moden, S. 18
$\nu_{n,p,l}$	Resonanzfrequenzen der Laguerre-Gauß'schen Moden, S. 18
$\nu_P(U_{\mathrm{PZT}})$	Approximationspolynom, S. 51
ν_R	Resonanzfrequenzenverschiebung, S. 50
$\nu_R(U_{\mathrm{PZT}})$	PZT-Kalibrationsfunktion, S. 50
ρ_i	Reflektionskoeffizient eines Strahlteilers, S. 28
$\sigma(x,y)$	Flächendichte der Sensitivität, S. 87
$\sigma^2(z)$	Varianz einer Intensitätsverteilung, S. 46
τ_i	Transmissionskoeffizient eines Strahlteilers, S. 28
$\Delta\phi$	Amplitude einer Phasenmodulation, S. 23
φ	Phasendifferenz bei einem Umlauf im Resonator, S. 19

$\varphi(z)$	Phase eines Gauß'schen Strahls, S. 17
ϕ_1, ϕ_2	Phase in den Armen des Mach-Zehnder-Interferometers, S. 28
$\varphi_{l,m}$	Phase bei einem Umlauf im Resonator einer Hermite-Gauß'schen Mode, S. 49
$\Delta\phi_\nu$	Phasenfluktuationen durch Frequenzfluktuationen, S. 29
$\Delta\phi_P$	Phasenfluktuationen durch Leistungsfluktuationen, S. 29
$\Psi'_{0,0}$	Phasenmodulierter Gauß'scher Strahl, S. 68
$\Psi_{l,m}$	Komplexe Amplitude der Hermite-Gauß'schen Strahlen, S. 9
Ω	Modulationskreisfrequenz, S. 21

a	Komplexe Amplitude am Eingang des Interferometers, S. 28
a_+, a_-	Komplexe Amplituden an den Ausgängen des Interferometers, S. 28
$\mathcal{F}$	Finesse eines Resonators, S. 19
f_0	Polfrequenz von einem Tiefpass, S. 22
G	Gauß'scher Fit, S. 44
g	Ordnung von höheren Gauß'schen Strahlen, S. 9
$g_{e/o}$	Modenordnung, S. 54
$G_{\mathrm{Res}}(f)$	Transferfunktion eines Resonators für Leistungsfluktuationen, S. 22
h	Planck'sches Wirkungsquantum, S. 36
H_l, H_m	Hermite'sche Polynome, S. 9
I	Photostrom, S. 87
$I(\varphi)$	Airy-Funktion, S. 19
I_{fit}	An ein Modell angepasste Intensitätsverteilung, S. 44
$I_{\max}$	Maximale Leistung bei einer Resonanz, S. 19
$I(\vec{r})$	Intensität eines Laserstrahls, S. 44
k	Wellenzahl, S. 8
K_S	Kopplungskonstante zwischen Photodiodensignal und Strahlpositionsfluktuationen, S. 88
Δl	Weglängenunterschied im Mach-Zehnder-Interferometer, S. 29
l_0	Makroskopische Umlauflänge eines Resonators, S. 50
l_ϵ	Mikroskopische Umlauflänge eines Resonators, S. 50

L_p^l	Laguerre'sche Polynome, S. 9
l_R	Optische Weglänge eines Umlaufs im Resonator, S. 17
m	Modulationsindex, S. 21
M^2	Strahlqualitätsfaktor, S. 46
$N_{\mathrm{SN}}(P_0)$	Schrotrauschen eines Lichtstrahls, S. 36
δP	Leistungsfluktuationen, S. 34
P_+, P_-	Lichtleistung am symmetrischen/asymmetrischen Ausgang, S. 29
P_0	Mittlere Ausgangsleistung, S. 34
$P_{\mathrm{Gauß}}/P_0$	Gauß'scher Strahlanteil, S. 43
p_g	Leistung einer Modengruppe, S. 50
p_{g_e}, p_{g_o}	Leistung von Modengruppen, S. 54
P_h	Leistung in höheren HG Strahlen, S. 97
$P(l_R)$, $P(\nu_R)$	Leistung im Resonator, S. 49
$\delta P/P_0$	Relative Leistungsfluktuationen, S. 29
r	Verluste bei einem Umlauf im Resonator, S. 19
R_R	Krümmungsradius des Resonatorspiegels, S. 16
S	Sensitivität einer Photodiode, S. 87
S_0	Kalibrationsfaktor, S. 69
S_1, S_2	Demodulierte Signale, S. 69
S/S_0	Relative Sensitivität, S. 87
T	Dauer der Messung, S. 34
u	Große Halbachse der Ellipse, S. 24
$U_0(\vec{r})$	Komplexe Amplitude des Gauß'schen Strahls, S. 7
$U(l_R)$	Feldverteilung im Resonator, S. 49
U_{PZT}	Spannung am PZT, S. 50
$U(\vec{r})$	Komplexe Amplitude einer elektromagnetischen Welle, S. 7
$U_{\mathrm{Res}}(\varphi)$	Komplexe Gesamtamplitude im Resonator, S. 19
v	Kleine Halbachse der Ellipse, S. 24
δw_0	Änderung des Strahltaillenradius', S. 11
W_0	Verallgemeinerter Strahltaillenradius, S. 47
w_0	Radius der Strahltaille eines Gauß'schen Strahls, S. 8
$W(z)$	Verallgemeinerter Strahlradius, S. 46
$w(z)$	Strahlradius eines Gauß'schen Strahls, S. 8
δx	Strahlverschiebung senkrecht zur optischen Achse, S. 10

δz	Änderung der Strahltaillenposition, S. 11
Z_0	Verallgemeinerte Rayleighlänge, S. 47
z_0	Rayleighlänge eines Gauß'schen Strahls, S. 8

Abbildungsverzeichnis

1.1 Schematischer Überblick des *Advanced LIGO* Detektors 2
1.2 Anforderung an das relative Leistungsrauschen 4
1.3 Anforderung an das Frequenzrauschen 5
1.4 Anforderung an die relativen Strahllagefluktuationen 6

2.1 Gauß'scher Strahl 8
2.2 Entwicklung eines verschobenen Strahls 12
2.3 Relative Strahllage 13
2.4 Drei-Spiegel-Ringresonator 16
2.5 Airy-Funktion 20
2.6 Transferfunktion eines Resonators für Amplitudenfluktuationen . . . 22
2.7 Transformation einer Strahllagemodulation 24
2.8 Filterung von Strahllagefluktuationen 25
2.9 Kopplung von Resonanzfrequenz- auf Leistungsfluktuationen 27
2.10 Mach-Zehnder-Interferometer 28

3.1 Typische Ausgangsleistung eines Lasersystems 34
3.2 Typisches relatives Leistungsrauschen 36
3.3 Empfindlichkeit der Leistungsmessung 37
3.4 Typisches Frequenzrauschen 40
3.5 Empfindlichkeit der Schwebungsmessung 42
3.6 Gauß'scher Fit und Gauß'scher Strahlanteil 45
3.7 Typische Intensitätsverteilung eines Laserstrahls 46
3.8 Typische Strahldivergenz eines Laserstrahls 48
3.9 Ausschnitt der PZT-Kalibrationsdaten 52
3.10 Teilweise ausgewertete PZT-Kalibrationsdaten 52
3.11 Verschiedene Ordnungen von PZT-Kalibrationspolynomen 53
3.12 PZT-Kalibrationspolynome 53
3.13 Modenabtastung 55
3.14 Vergleich zwischen einer Airy- und einer Lorentz-Funktion 57
3.15 Eigentliches und verrauschtes Signal 58
3.16 Spektrum des künstlich verrauschten Signals 59

3.17 Wirkung von verschiedenen Filterfunktionen 60
3.18 Blockdiagramm des Auswertalgorithmus' 61
3.19 Automatische Auswertung der Modenabtastung 64
3.20 Transversale Intensitätsverteilung einiger Modengruppen 65
3.21 Relative Strahllagefluktuationen 71
3.22 Vergleich von Strahllagefluktuations-Messmethoden 71

4.1 Skizzierter Messaufbau im LZH 73
4.2 Skizzierter Messaufbau im AEI 74
4.3 Ausgangsleistung des 40 W Verstärkers 75
4.4 Relatives Leistungsrauschen von verschiedenen Lasersystemen 76
4.5 Transferfunktion von einfallender auf verstärkte Leistung 78
4.6 Transferfunktion von Pump- auf Ausgangsleistung 78
4.7 Zusätzliches Frequenzrauschen 79
4.8 Modenabtastung der drei Lasersysteme 81
4.9 Strahllagefluktuationen der Lasersysteme 83

5.1 Übersicht des optischen Aufbaus und der Regelkreise des PSLs . . . 85
5.2 Typischer Aufbau einer Leistungsstabilisierung 87
5.3 Photo der verwendeten Photodiode 89
5.4 Photodioden-Sensitivitätsabtastungen 90
5.5 Frequenzabhängigkeit der Kopplung K_S 94
5.6 Strahlpositionsfluktuationen 96
5.7 Rauschprojektion durch Strahlpositionsfluktuationen 96
5.8 Resonatorfiltereigenschaften abhängig von der Gouyphase 99
5.9 Strahllagefluktuationen mit und ohne aktive Stabilisierung 100

A.1 Optischer Aufbau des Experiments 111
A.2 Photo des Experiments 112
A.3 Blockdiagramm des verwendeten Regelkreises 115
A.4 Schaltplan für den PZT 116
A.5 Die gemessene Transferfunktion $G_{\mathrm{add}}(f)$ 117
A.6 Die gemessene Transferfunktion $G_{\mathrm{loop}}(f)$ 118
A.7 Phasen-Dunkelrauschen 120
A.8 Frequenz-Dunkelrauschen 120
A.9 Frequenz-Dunkelrauschen von verschiedenen Experimenten 122
A.10 Identifizierte Rauschquellen 122

B.1 Berechnete Strahlengänge 129
B.2 Optischer Aufbau des Experiments 131
B.3 Photo des Auto-Alignments 132
B.4 Signale der Quadrantenphotodioden 133

B.5 Übersicht der verwendeten Regelkreise. 134
B.6 Schaltung vom PZT des Ringresonators 134
B.7 Transferfunktion des Resonatorregelkreises 135
B.8 Komplexe Impedanz des Resonator-PZTs 135
B.9 Blockschaltbild der Quadrantenphotodioden 137
B.10 Bandbreite der Quadrantenphotodioden 138
B.11 Bandbreite der Demodulationselektronik 138
B.12 Blockschaltbild der Demodulationselektronik 139
B.13 Blockschaltbild der Orthogonalisierungselektronik 140
B.14 Blockschaltbild der Reglerelektronik 140
B.15 Transferfunktionen der Regelkreise für Spiegel PZT_1 141
B.16 Transferfunktionen der Regelkreise für Spiegel PZT_2 141
B.17 Demonstration der Regelkreise 143
B.18 PZT-Kalibrationsfunktionen für verschiedene Rampenfrequenzen . . 144
B.19 Modenabtastung eines MISERs 146
B.20 Leistungen der Moden 147
B.21 Gouyphase 147
B.22 Transferfunktion der PZT-Spiegel 149
B.23 Strahllagefluktuationen eines MISERs 150

D.1 Transferfunktion der Demodulationselektronik 167
D.2 Blockdiagramm der Demodulationselektronik 167

Tabellenverzeichnis

3.1 Fourier-Frequenzbänder und Anzahl der Mittelungen 32
3.2 Empfindlichkeit der Leistungs-Messköpfe 33
3.3 Photodioden zur Messung von relativem Leistungsrauschen 35
3.4 Zusammenfassung der Auswertung der Modenabtastung 63
3.5 Zusammenfassung der vom Algorithmus erkannten Modengruppen . 64
3.6 Zusammenfassung der Charakterisierung der Strahlgeometrie 67

4.1 Ausgangsleistung 75
4.2 Zusammenfassung der Strahlqualität der drei Lasersysteme 80

A.1 Verwendete optische und mechanische Komponenten 110

B.1 Beschreibung der optischen Komponenten 129
B.2 Verwendete Geräte für das Experiment 136
B.3 Zusammenfassung der Reflektions- und Transmissionsanteile 143
B.4 Verwendete Messgeräte für die Messung des Grundmodeanteils . . . 143
B.5 Kalibrationspolynome für verschiedene Rampen 144
B.6 Informationen zur Modenabtastung vom MISER 145
B.7 Verwendete Messgeräte für die Messung der höheren Moden 146
B.8 Verwendete Messgeräte für die Messung von Strahllagefluktuationen 150

1. Einleitung

Während die erste Generation von interferometrischen Gravitationswellendetektoren dabei ist, ihre Designempfindlichkeit zu erreichen und die Suche nach Gravitationswellen aufzunehmen, ist die Entwicklung der nächsten Generation von Detektoren in vollem Gange; unter anderem die des *Advanced LIGO* Detektors von der internationalen Kooperation *LIGO Scientific Collaboration* (LSC). Das Projekt *Advanced LIGO* ist der Ausbau der amerikanischen LIGO Detektoren in den USA. Deutschland trägt zu diesem Projekt das Lasersystem bei und erhält im Gegenzug Zugriff auf die Messdaten von *Advanced LIGO*.

Voraussetzung für jeden interferometrischen Gravitationswellendetektor ist ein hochstabiles Lasersystem als Lichtquelle für das Interferometer. Die hohen Anforderungen an das Lasersystem lassen sich nur durch zusätzliche Stabilisierungen diverser Messgrößen erreichen.

In dieser Arbeit wurden Experimente und Methoden zur Charakterisierung von Lasersystemen mit dem Ziel, den *Advanced LIGO* Laser zu charakterisieren, entwickelt. Die Charakterisierung wird im nächsten Schritt als Grundlage für die Stabilisierung dieses Lasersystems dienen.

In diesem Kapitel werden zunächst die Anforderungen an das Lasersystem von *Advanced LIGO* vorgestellt. Sie dienen als Anhaltspunkt für die Anforderungen der Gravitationswellendetektoren der zweiten Generation und geben teilweise die benötigte Empfindlichkeit der Charakterisierung vor. Im zweiten Kapitel werden dann die theoretischen Grundlagen für die folgenden Kapitel gelegt. Die Experimente und Methoden zur Charakterisierung sind im dritten Kapitel beschrieben. Sie wurden exemplarisch an drei Lasersystemen getestet: an einem sogenannten MISER, einem 12 W Ringlaser und einem 40 W Verstärker. Die Ergebnisse der Charakterisierung sind im darauf folgenden Kapitel 4 präsentiert. Schließlich sind im fünften Kapitel einige Teilaspekte der Stabilisierung von Lasern beschrieben.

Der Anhang enthält unter anderem die ausführlichen technischen Dokumentationen zweier zentraler Experimente, die zur Charakterisierung der Lasersysteme verwendet wurden.

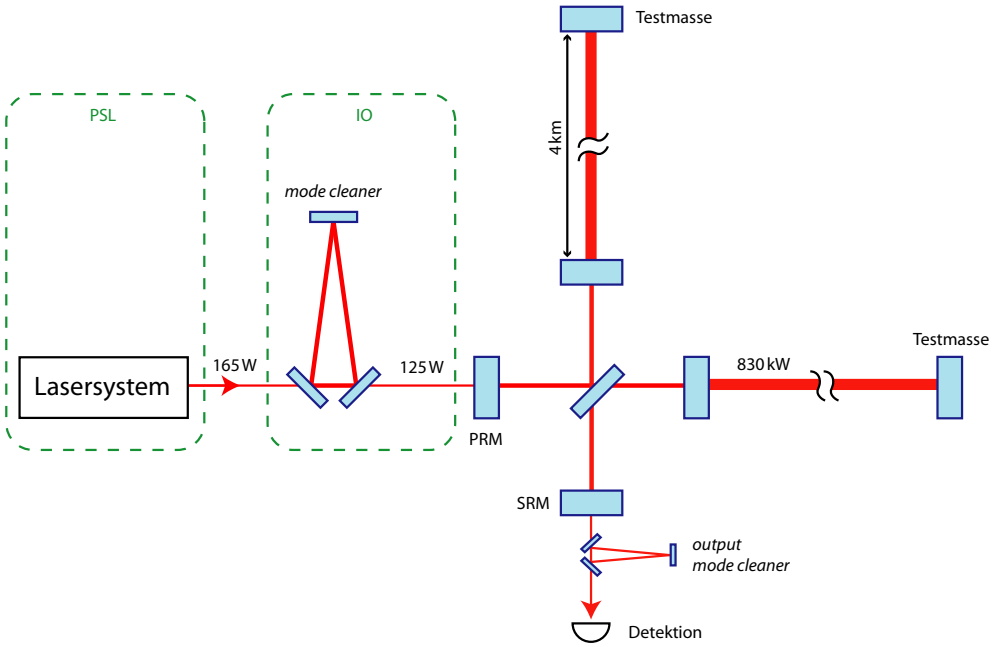


Abbildung 1.1.: Schematischer Überblick des *Advanced LIGO* Detektors. Die Laserleistung ist an verschiedenen Stellen im Detektor angegeben. Mit *PRM* und *SRM* sind die Spiegel für die *power recycling* und *signal recycling* Technik bezeichnet. Die für diese Arbeit besonders wichtigen Teilsysteme PSL und IO sind umrandet.

1.1. Anforderungen an das *Advanced LIGO* Lasersystem

Der *Advanced LIGO* Gravitationswellendetektor ist ein Michelson-Interferometer mit 4 km langen Armen. Ein schematischer Überblick davon ist in Abb. 1.1 dargestellt. In den beiden Armen befinden sich Fabry-Perot-Resonatoren und die *power recycling* Technik wird zusätzlich eingesetzt, um die Laserleistung im Interferometer resonant zu überhöhen. *signal recycling* wird eingesetzt, um Signalseitenbänder zu verstärken bzw. gezielt aus den Armresonatoren auszukoppeln (*signal extraction*). Ein Resonator, der sogenannte *mode cleaner*, filtert den Laserstrahl vor dem Interferometer. Am Interferometerausgang wird ein *ouput mode cleaner* vor der Signaldetektion benutzt. Eine detailliertere Übersicht vom *Advanced LIGO* Detektor findet sich beispielsweise in [F+01].

Der Detektor ist in mehrere Teilsysteme unterteilt, deren Entwicklung in der Verantwortung jeweils einer Arbeitsgruppe liegt. Zwei Teilsysteme sind für diese Arbeit besonders interessant:

- Das *Pre-Stabilized Laser* (PSL) Teilsystem. Es wird am Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik in Zusammenarbeit mit dem Laser Zentrum Hannover (LZH) entwickelt. Dieses Teilsystem ist der deutsche Beitrag zu *Advanced LIGO*. Aufgabe des PSLs ist es, stabilisiertes Laserlicht für das Interferometer zu liefern.
- Das *Input Optics* (IO) Teilsystem. Dieses ist wechselseitig direkt mit dem PSL verknüpft [MAR+02, AMR+02]. Das IO beinhaltet den *mode cleaner* und ist für die Einkopplung des Laserstrahls in das Interferometer verantwortlich. Signale zur Stabilisierung des Lasers im PSL werden teilweise erst im IO gemessen.

Diese beiden Teilsysteme sind in Abb. 1.1 angedeutet. Um die Designempfindlichkeit des Detektors zu erreichen, müssen die Teilsysteme bestimmte Anforderungen erfüllen. Im Dokument *Pre-Stabilized Laser Design Requirements* [W+04] (mit Änderungen aus [Fri05]) sind die Anforderungen für das Lasersystem spezifiziert. Auf welche Weise sich die Anforderungen ergeben, ist im Folgenden kurz erläutert.

Ausgangsleistung und Leistungsrauschen

Die geforderte Ausgangsleistung vom *Pre-Stabilized Laser* (PSL) beträgt 165 W bei einer Wellenlänge von 1064 nm. Durch Verluste zwischen dem PSL und dem Interferometer erwartet man, dass 125 W in das Interferometer eingekoppelt werden [F+01].

Der Detektor wird mit höherer Laserleistung empfindlicher[1], da das relative Schrotrauschen des Lichts sinkt.

Das Leistungsrauschen des Lasersystems erzeugt ein Strahlungsdruckrauschen auf den aufgehängten Optiken. Im Fourier-Frequenzband von 0,1 Hz bis 10 Hz, dem sogenannten Regelungsband (*control band*), sollte die Bewegung der aufgehängten Optiken durch Strahlungsdruckrauschen kleiner sein als die durch Seismik verursachte Bewegung. Daraus ergibt sich die Anforderung an das relative Leistungsrauschen.

Im Detektionsband (*GW band*), welches sich von 10 Hz bis 10 kHz erstreckt, sollen Signale von Gravitationswellen detektiert werden. Die Anforderung an das relative Leistungsrauschen in diesem Fourier-Frequenzband ergibt sich aus der unterschiedlichen Lichtleistung in den Armresonatoren. Dieser Unterschied ist technisch bedingt

[1] Für Fourier-Frequenzen unterhalb von 45 Hz erzielt man eine höhere Empfindlichkeit mit einer reduzierten Leistung von 20 W.

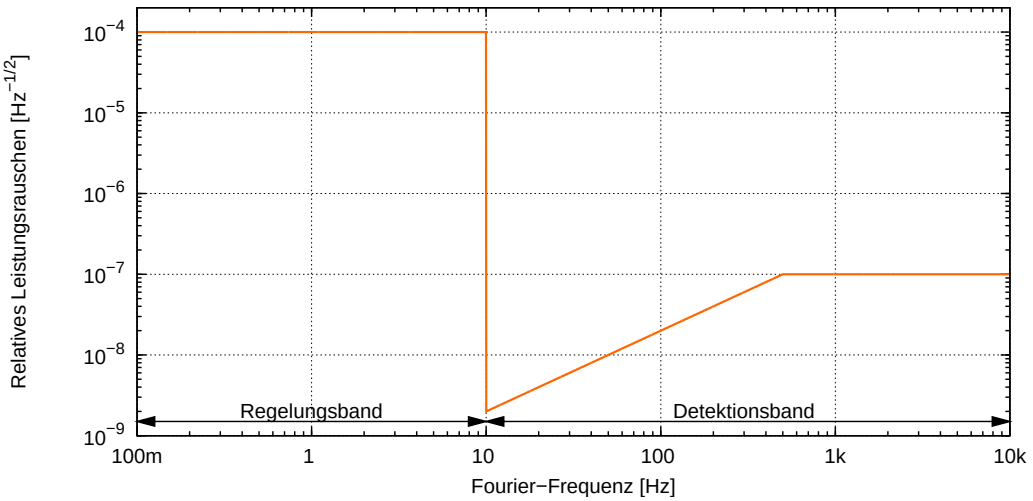


Abbildung 1.2.: Anforderung an das relative Leistungsrauschen am Eingang des Interferometers für die verschiedenen Fourier-Frequenzbänder.

und führt zu unterschiedlichem Strahlungsdruck in den beiden Armen. Zur Berechnung der Anforderung wird ein Unterschied von 1% angenommen.

Bei Fourier-Frequenzen oberhalb von 9 MHz soll das Leistungsrauschen maximal 3 dB über dem Schrotrauschen eines Photostroms von 50 mA liegen. Dies entspricht einem relativen Leistungsrauschen von $3,6 \cdot 10^{-9} / \sqrt{\text{Hz}}$. Die Anforderung für das Radiofrequenzband ergibt sich aus dem Wunsch, bei den Modulationsfrequenzen im Radiofrequenzbereich Signale rauscharm detektieren zu können.

Die Anforderungen, die sich daraus an das relative Leistungsrauschen ergeben, sind in Abb. 1.2 dargestellt. Sie gelten im Unterschied zu den übrigen Anforderungen nicht am Ausgang des Lasersystems, sondern am Ausgang des *Input Optics* Teilsystems, also direkt vor dem Interferometer.

Frequenzrauschen

Das Lasersystem muss einen monochromatischen Laserstrahl erzeugen. Die Laserfrequenz darf abhängig von der Fourier-Frequenz ein bestimmtes Rauschen am Ausgang des Lasersystems nicht überschreiten.

Für Zeiträume länger als 10 s wird gefordert, dass die relative Frequenzänderung kleiner ist als die relative Armlängenänderung. Die Armlänge wird auf diesen Zeitskalen hauptsächlich durch Gezeitenkräfte beeinflusst. Daraus ergibt sich eine obere Rauschgrenze von $75\,\text{kHz}/\sqrt{\text{Hz}}$. Für Zeiträume länger als 100 s darf die Laserfrequenz nicht mehr als um 100 kHz schwanken.

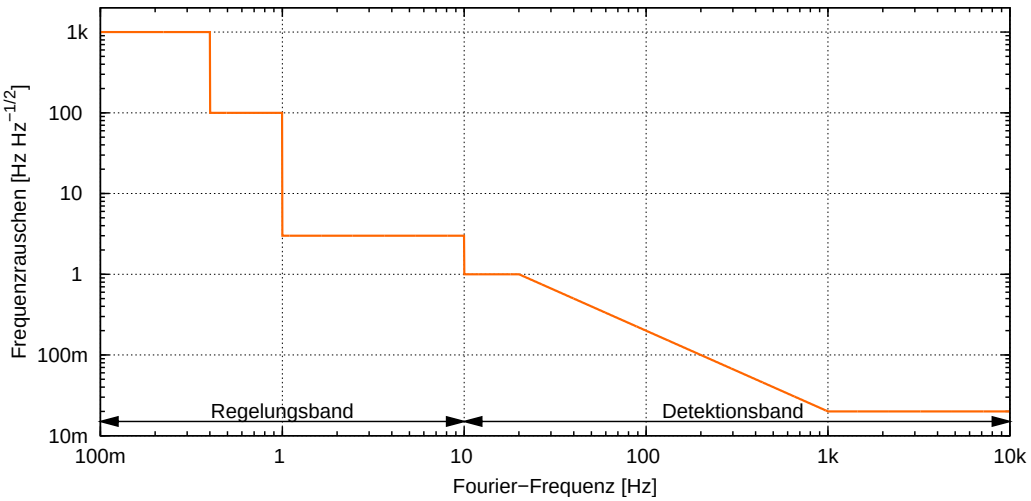


Abbildung 1.3.: Anforderung an das Frequenzrauschen für die verschiedenen Fourier-Frequenzbänder.

Die Laserfrequenz wird als Referenz benutzt, um das Interferometer in seinem Arbeitspunkt zu stabilisieren. Deshalb soll im Regelungsband die relative Frequenzänderung des Laserstrahls viel kleiner[2] sein als die relative Änderung der Armlängen durch die seismisch induzierte Bewegung der Testmassen.

In den Armen des Interferometers befinden sich Fabry-Perot-Resonatoren, deren unterschiedliche Finessen[3] zu einem effektiven Weglängenunterschied in den Armen führt [F+01]. Durch diesen Weglängenunterschied koppelt Frequenzrauschen des Lasers in das Detektionssignal. Daraus ergeben sich die Anforderungen für das Frequenzrauschen im Detektionsband.

Die Anforderungen für das Regelungs- und Detektionsband sind in Abb. 1.3 dargestellt.

Strahlgeometrie

Alle Resonatoren des Detektors werden auf eine Gauß'sche Grundmode ($TEM_{0,0}$) stabilisiert. Folglich muss das Lasersystem so viel Leistung wie möglich in der Gauß'schen Mode erzeugen. Laserleistung in anderen Moden werden am *mode cleaner* herausgefiltert und steht damit nicht mehr zur Verfügung. Maximal 5 W der Laserleistung am Ausgang des Lasersystems dürfen nicht der Gauß'schen Mode entsprechen, damit nach der Filterung die nötige Strahlqualität für das Interferometer erreicht wird.

[2] Um den Faktor 5 bis 10
[3] Der Unterschied ist technisch bedingt.

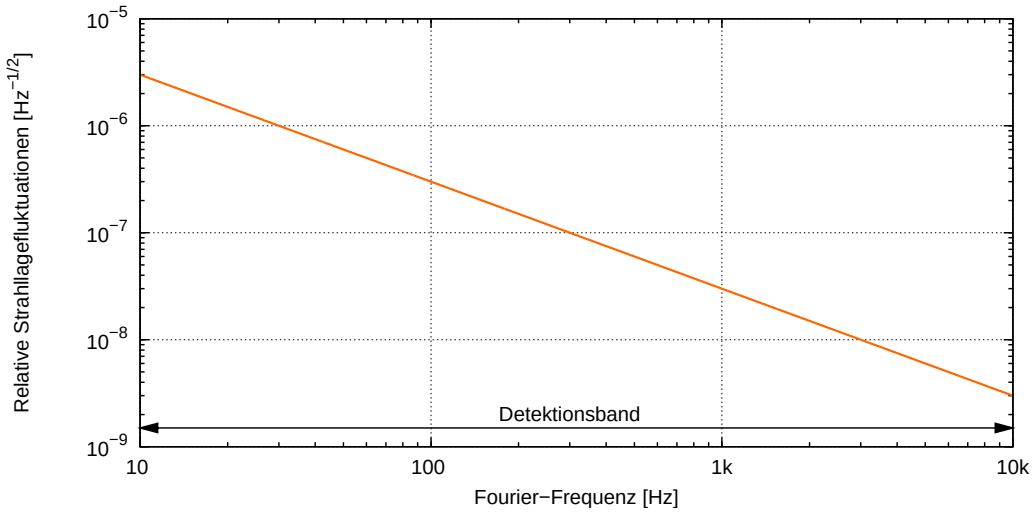


Abbildung 1.4.: Anforderung an die relativen Strahllagefluktuationen (Die Definition von relativen Strahllagefluktuationen findet sich in Abschnitt 2.2).

Strahllagefluktuationen

Strahllagefluktuationen erzeugen am *mode cleaner* Frequenzfluktuationen, wenn dessen Spiegel nicht optimal ausgerichtet sind [Mül03]. Technisch ist es möglich die Spiegel nur bis auf einen gewissen Grad optimal auszurichten. Um die Anforderungen an das Frequenzrauschen hinter dem *mode cleaner* erreichen zu können, dürfen die Strahllagefluktuationen die in Abb. 1.4 dargestellten Werte nicht überschreiten. Die Anforderungen sind für Fourier-Frequenzen oberhalb von 10 Hz spezifiziert.

Frequenz- und Leistungsaktuator

Die Frequenz des Laserstrahls am Ausgang des Lasersystems muss kontrolliert werden können, um den Laser auf eine Resonanz des *mode cleaners* stabilisieren zu können. Dafür wird ein Aktuator benötigt, der eine Bandbreite von mindestens 100 kHz besitzt. Die Frequenz muss außerdem auf langen Zeitskalen (ca. 20 Minuten) in einem Bereich von 50 MHz verschiebbar sein, um Spiegelbewegungen durch Gezeitenkräfte ausgleichen zu können.

Schließlich ist für Diagnosezwecke ein Leistungsaktuator gefordert, mit dem die Ausgangsleistung mit einer Bandbreite von mindestens 10 kHz um 1% moduliert werden kann.

2. Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel befasst sich mit den theoretischen Grundlagen von Gauß'schen Strahlen, optischen Resonatoren und Mach-Zehnder-Interferometern. Viele bekannte Definitionen sind zitiert, um eine Nomenklatur für die folgenden Kapitel einzuführen. Daneben gibt es einige einfache theoretische Ergebnisse, auf die in den folgenden Kapiteln verwiesen wird.

2.1. Gauß'sche Strahlen

Die Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes einer monochromatischen elektromagnetischen Welle im Vakuum müssen die Helmholtz-Gleichung erfüllen, um Lösung der Maxwell-Gleichungen zu sein. Die paraxiale Helmholtz-Gleichung ist eine Näherung der Helmholtz-Gleichung für Wellen, deren Wellenfrontnormalen nur einen kleinen Winkel mit der optischen Achse bilden. Der Gauß'sche Strahl ist eine Lösung der paraxialen Helmholtz-Gleichung.

Die skalare komplexe Amplitude $U(\vec{r})$ steht in folgendem Verhältnis zu einer beliebigen Komponente $u(\vec{r},t)$ des Feldes einer transversalen elektromagnetischen Welle:

$$u(\vec{r},t) = \Re\left\{U(\vec{r})\exp(i\cdot 2\pi\nu\cdot t)\right\} \tag{2.1}$$

Dabei bezeichnet ν die Frequenz der monochromatischen Welle. Die komplexe Amplitude des Gauß'schen Strahls ist wie folgt definiert [ST91, KL66]:

$$U_0(\vec{r}) = N_0\frac{1}{w(z)}\exp\left[-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}\right]\cdot\exp\left[-ikz-ik\frac{x^2+y^2}{2R(z)}+i\zeta(z)\right] \tag{2.2}$$

Dabei ist der Strahlradius $w(z)$, der Krümmungsradius der Wellenfronten $R(z)$, die Gouyphase $\zeta(z)$ und die Wellenzahl k definiert als:

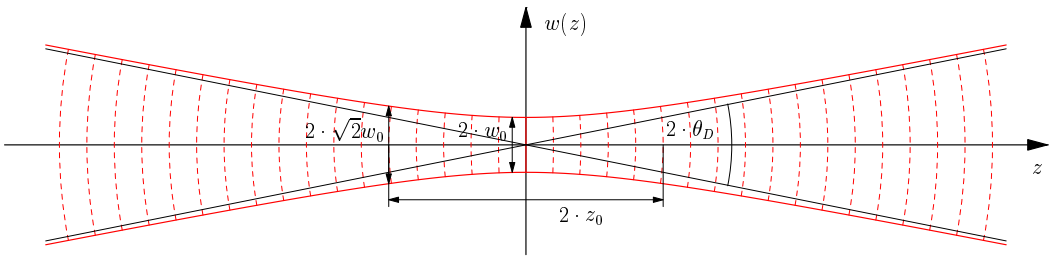


Abbildung 2.1.: Der Strahlradius $w(z)$ eines Gauß'schen Strahls. Die Wellenfronten sind gestrichelt angedeutet und wichtige Strahlparameter eingezeichnet.

$$w(z) = w_0 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \tag{2.3}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \quad \Leftrightarrow \quad z_0 = \frac{w_0^2 \pi}{\lambda} \tag{2.4}$$

$$R(z) = z \cdot \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2\right] \tag{2.5}$$

$$\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_0} \tag{2.6}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \tag{2.7}$$

w_0 bezeichnet den Radius der Strahltaille und z_0 wird die Rayleighlänge genannt.

Ein Gauß'scher Strahl ist durch die optische Achse (z-Achse), die Position der Strahltaille ($z = 0$), die Wellenlänge λ und die Rayleighlänge z_0 vollständig beschrieben. Diese Parameter werden auch die Strahlparameter des Gauß'schen Strahls genannt und sind in Abb. 2.1 illustriert.

Der Normierungsfaktor N_0 ergibt sich aus der Bedingung:

$$\int \mathrm{d}x \, \mathrm{d}y \, |U_0|^2 = 1 \tag{2.8}$$

Der Divergenzwinkel $2 \cdot \theta_D$ des Strahls berechnet sich nach:

$$\theta_D \approx \tan(\theta_D) = \lim_{z \to \infty} \frac{w(z)}{z} = \frac{w_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{2.9}$$

Hermite-Gauß'sche Basis

Hermite-Gauß'sche (HG) Strahlen bilden ein vollständiges und orthogonales Funktionensystem. Sie sind in kartesischen Koordinaten formuliert und Lösungen der paraxialen Helmholtz-Gleichung:

$$\Psi_{l,m}(x,y,z) = N_{l,m} \cdot H_l\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \cdot U_0(\vec{r}) \cdot \exp\left[i(l+m)\zeta(z)\right] \quad (2.10)$$

Die HG Strahlen unterscheiden sich vom Gauß'schen Strahl durch eine transversale Modulation der komplexen Amplitude mit den Hermite'schen Polynomen H_l [BSMM01]. Die Indizes l und m zählen die Basisfunktionen ab $(l, m = 0, 1, 2, \ldots)$. Der Strahl erfährt je nach Ordnung $g = l + m$ eine stärkere Phasenverschiebung durch die Gouyphase. Die Wellenfrontkrümmung ändert sich im Vergleich zum Gauß'schen Strahl kaum.

Weil das Funktionensystem vollständig ist, lässt sich jede Lösung der paraxialen Helmholtz-Gleichung nach der Hermite-Gauß'schen Basis entwickeln.

Im Weiteren werden die HG Strahlen mit $\mathrm{TEM}_{l,m}$ abgekürzt. Der Strahl $\mathrm{TEM}_{0,0}$ entspricht genau dem Gauß'schen Strahl.

Laguerre-Gauß'sche Basis

Ein anderes ebenfalls vollständiges wie orthogonales Funktionensystem sind die Laguerre-Gauß'schen (LG) Strahlen. Sie sind in Zylinderkoordinaten formuliert und eignen sich deshalb zur Beschreibung von zylindersymmetrischen Feldverteilungen. Diese Strahlen ergeben sich aus dem Gauß'schen Strahl durch eine Modulation mit den Laguerre'schen Polynomen L_p^l [BSMM01] $(p, l = 0, 1, 2, \ldots)$. Die komplexe Amplitude der LG Strahlen ist wie folgt definiert:

$$\begin{Bmatrix} \Lambda_{p,l}^c(\rho,\phi,z) \\ \Lambda_{p,l}^s(\rho,\phi,z) \end{Bmatrix} = N_{p,l} \cdot L_p^l\left(\frac{2\rho^2}{w^2(z)}\right)\left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w(z)}\right)^l \cdot U_0(\vec{r}) \cdot \exp\left[i(2p+l)\zeta(z)\right] \cdot \begin{Bmatrix} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Die LG Strahlen werden mit $\mathrm{Lag}_{p,l}^{c/s}$ abgekürzt. $\mathrm{Lag}_{p,l}^c$ Strahlen besitzen eine komplexe Amplitude, die spiegelsymmetrisch zur x-Achse ist, im Gegensatz zu den $\mathrm{Lag}_{p,l}^s$

Strahlen[1], deren komplexe Amplitude bei einer Spiegelung an der x-Achse das Vorzeichen wechselt. Die Ordnung ist definiert als $g = 2p + l$ und $N_{p,l}$ ist analog zu Gleichung 2.8 ein Normierungsfaktor. Auch hier entspricht der Strahl niedrigster Ordnung $\mathrm{Lag}^{c}_{0,0}$ genau dem Gauß'schen Strahl.

Beide Funktionensysteme sind vollständig, also lässt sich insbesondere jeder $\mathrm{Lag}^{c/s}_{p,l}$ Strahl nach $\mathrm{TEM}_{l,m}$ Strahlen entwickeln und umgekehrt. Ein algebraischer Ausdruck für diese Basistransformation ist in [KE93] zu finden. Die Ordnung der HG Strahlen $g = l + m$ und die der LG Strahlen $g = 2p + l$ muss dabei gleich sein.

Im Zusammenhang mit Resonatoren wird statt *Gauß'scher Strahl* auch häufig der Begriff *Gauß'sche Mode* verwendet. Unter höheren Gauß'schen Strahlen und Moden werden HG und LG Strahlen verstanden, deren Ordnung $g > 0$ ist.

2.1.1. Variation der Strahlparameter

Betrachtet man eine der beiden vorgestellten Funktionensysteme mit festgesetzten Strahlparametern – also insbesondere festgelegter optischer Achse, Strahltaillenposition und Strahltaillenradius bzw. Rayleighlänge – so kann man nach diesem Funktionensystem einen Gauß'schen Strahl mit anderen Strahlparametern entwickeln.

Ein Gauß'scher Strahl, der senkrecht zur optischen Achse verschoben oder verkippt ist, lässt sich am einfachsten nach HG Strahlen entwickeln. Die Änderung der Strahltaillenposition oder des Strahltaillenradius' weisen eine Zylindersymmetrie auf. Demzufolge lassen sich diese Variationen besser nach LG Strahlen entwickeln.

Verschiebung der optischen Achse

Ein Gauß'scher Strahl dessen optische Achse lateral um δx entlang der x-Achse verschoben wurde, lässt sich nach [And84] in erster Ordnung wie folgt nach HG Strahlen entwickeln:

$$U_0(x - \delta x) \approx U_0(x) + \frac{\delta x}{w_0} \cdot \Psi_{1,0}(x) \tag{2.12}$$

Die Näherung gilt für kleine Verschiebungen $\delta x \ll w_0$. Für Verschiebungen entlang der y-Achse ergibt sich das gleiche Ergebnis bei Verwendung eines $\mathrm{TEM}_{0,1}$ anstatt eines $\mathrm{TEM}_{1,0}$ Strahls.

[1] Die $\mathrm{Lag}^{s}_{p,l}$ Strahlen sind nur für $l > 0$ definiert.

Verkippung der optischen Achse

Wird die optische Achse um die y-Achse um den Winkel $\delta\alpha$ rotiert, ergibt dies folgende Entwicklung nach HG Strahlen:

$$U_0 \approx U_0(x,z) + i\frac{\delta\alpha}{\theta_D} \cdot \Psi_{1,0}(x,z) \tag{2.13}$$

Diese Näherung gilt für Rotationswinkel $\delta\alpha$ die klein gegenüber dem halben Divergenzwinkel θ_D sind. Sie lässt sich für eine Rotation um die x-Achse analog schreiben.

Variation des Strahltaillenradius'

Die Entwicklung eines Strahls mit einem um δw_0 größeren Strahltaillenradius nach LG Strahlen sieht wie folgt aus:

$$U_0(w_0 + \delta w_0) \approx U_0(w_0) + \frac{\delta w_0}{w_0} \cdot \Lambda^c_{1,0}(w_0) \tag{2.14}$$

Diese Näherung ist für $\delta w_0 \ll w_0$ gültig.

Verschiebung der Strahltaille

Schließlich kann eine Verschiebung der Strahltaille entlang der optischen Achse folgendermaßen nach LG Strahlen entwickelt werden:

$$U_0(z + \delta z) \approx U_0(z) + i\frac{1}{2}\frac{\delta z}{z_0} \cdot \Lambda^c_{1,0}(z) \tag{2.15}$$

Dabei muss die Verschiebung δz klein im Vergleich zu der Rayleighlänge z_0 sein.

Verschiebung der optischen Achse - vollständige Entwicklung

Die Entwicklung einer Verschiebung senkrecht zur optischen Achse lässt sich mit zwei bekannten Identitäten für Hermite-Polynome auch vollständig schreiben. Folgende Identitäten werden verwendet [Wei]:

$$\exp(2x\delta x - \delta x^2) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)\delta x^n}{n!} \tag{2.16}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} H_k(x) H_{n-k}(0) = 2^{n/2} H_n\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \tag{2.17}$$

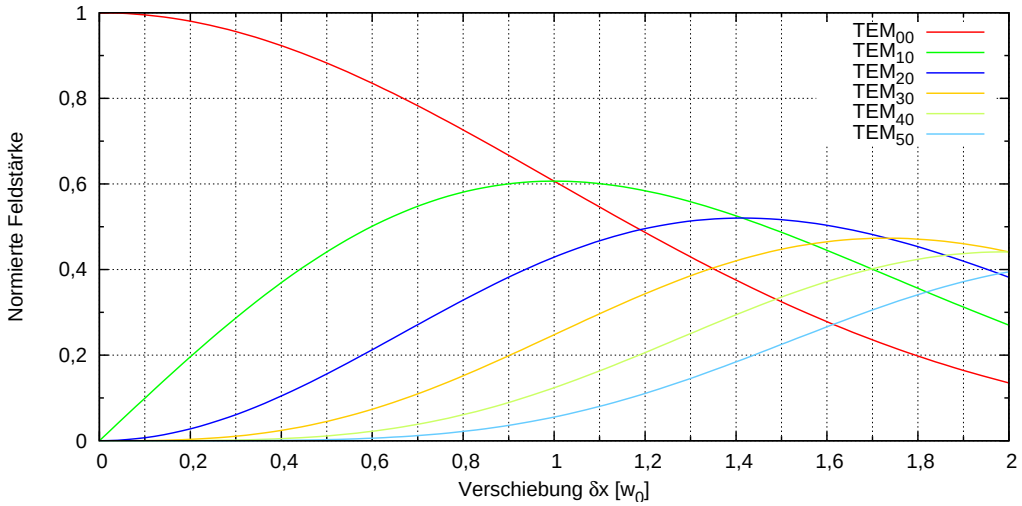


Abbildung 2.2.: Entwicklung eines senkrecht zur optischen Achse verschobenen Gauß'schen Strahls nach HG Strahlen bis zur fünften Ordnung.

Nach kurzer Rechnung erhält man damit die folgende Entwicklung:

$$U_0(x-\delta x) = \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_{k,0} \cdot \left[\frac{N_0}{N_{k,0}} \sum_{n=k}^{\infty} \frac{1}{n! 2^{n/2}} \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} H_{n-k}(0) \left(\frac{\delta x}{w_0} \right)^n \right] \tag{2.18}$$

Diese Entwicklung ist in Abb. 2.2 für die ersten fünf Ordnungen dargestellt.

2.2. Strahllage

Die relative Strahllage eines Gauß'schen Strahls wird in Bezug zu einem Referenzstrahl definiert. Dabei besitzen beide Strahlen den gleichen Strahltaillenradius und die Position der Strahltaille entlang der optischen Achse ist ebenfalls gleich. Die relative Strahllage beschreibt den Abstand der beiden Strahlachsen an der gemeinsamen Position der Strahltaille und den Winkel zwischen beiden Strahlachsen (s. Abb. 2.3). Dabei wird die Projektion auf die Tangential- und Sagittalebene[2] getrennt voneinander behandelt. Durch eine komplexe Größe ϵ wird die relative Strahllage definiert als:

$$\epsilon = \frac{\delta x}{w_0} + i \frac{\delta \alpha}{\theta_D} \tag{2.19}$$

[2]Die Tangentialebene ist die horizontale Ebene, die die optische Achse enthält. Die Sagittalebene enthält ebenfalls die optische Achse und steht senkrecht zur Tangentialebene.

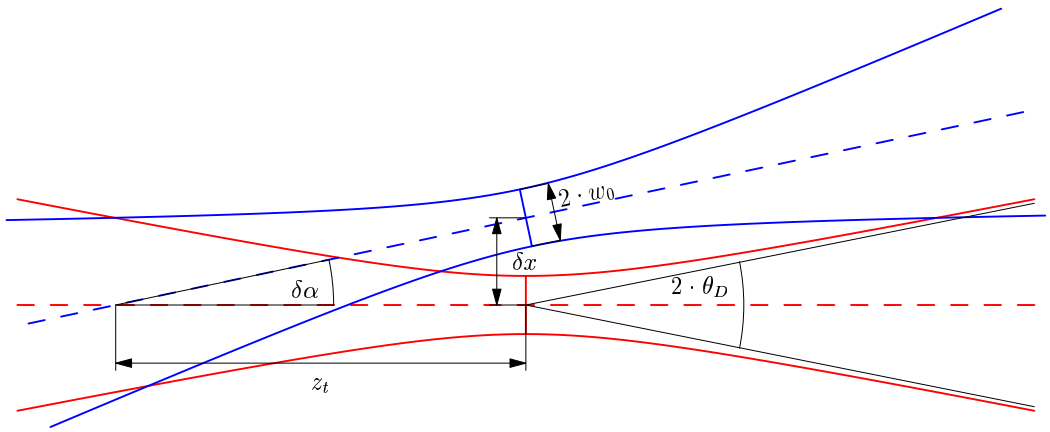


Abbildung 2.3.: Relative Strahllage von zwei Gauß'schen Strahlen. Dargestellt sind die Parameter w_0, θ_D des Gauß'schen Strahls und die der Strahllage $\delta\alpha$, δx.

Dabei bezeichnet $\delta\alpha$ die Verkippung des Strahls, also den Winkel zwischen den beiden Strahlachsen. δx ist der Abstand der beiden Strahlachsen an der gemeinsamen Position der Strahltaillen. Diese beiden Größen sind mit dem halben Divergenzwinkel θ_D und dem Radius der Strahltaille w_0 normiert.

Mit der Größe ϵ_x wird die Strahllage in der Tangentialebene und mit ϵ_y die in der Sagittalebene beschrieben.

Die Projektion von ϵ unter dem Winkel η wird wie folgt definiert:

$$\epsilon_\eta = \Im(\epsilon \cdot e^{i\eta}) = \Re(\epsilon \cdot e^{i(\eta-\pi/2)})$$

Der Betrag $|\epsilon|$ beschreibt die Abweichung der Lage beider Strahlen. Das Rauschspektrum des Zeitsignals dieser Größe wird als Maß für Strahllagefluktuationen verwendet.

$$|\epsilon| = \sqrt{(\delta x/w_0)^2 + (\delta\alpha/\theta_D)^2} \tag{2.20}$$

Erhaltungsgröße

$|\epsilon|$ ist eine Erhaltungsgröße für einen Strahl der durch ein paraxiales optisches System transformiert wird. Um dies zu zeigen, benötigt man die paraxiale Strahlenoptik und die Transformation der Gauß'schen Strahlparameter durch die entsprechenden optischen Systeme. Beides ist beispielsweise in [ST91, KL66] beschrieben.

Ein paraxialer Strahl ist durch den Vektor $\vec{p}$ beschrieben, wobei x den Abstand zur optischen Achse und x' den Winkel zwischen Strahlachse und optischer Achse beschreibt:

$$\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Die wichtigsten Strahlparameter eines Gauß'schen Strahls an einer Stelle der optischen Achse lassen sich in einem komplexen Faktor zusammenfassen:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i\frac{\lambda}{\pi w^2} \qquad \Rightarrow \qquad q = z + iz_0 \tag{2.22}$$

Dabei bezeichnet R den Krümmungsradius und w den Strahlradius an der betrachteten Stelle entlang der optischen Achse.

Diese beiden Parameter $\vec{p}$ und q beschreiben den Strahl an einer Stelle entlang der optischen Achse. $\vec{p}$ beschreibt die Strahlachse und q die Parameter des Gauß'schen Strahls. Die Strahllage ϵ kann somit ausgedrückt werden als:

$$\epsilon(\vec{p}, q) = \frac{x - z \cdot x'}{w_0} + i\frac{x' \cdot z_0}{w_0} = \sqrt{\frac{2\pi i}{\lambda(q - q^*)}}\left(x - x' \cdot q^*\right) \tag{2.23}$$

In der paraxialen Optik wird nun ein optisches System durch eine reelle 2×2-Matrix M beschrieben.

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

Die Parameter $\vec{p}$ und q werden wie folgt durch dieses optische System transformiert:

$$\vec{p}\,' = M \cdot \vec{p} \qquad \text{und} \qquad q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} \tag{2.25}$$

Nach kurzer Rechnung zeigt sich, dass $|\epsilon|$ eine Erhaltungsgröße unter der Transformation M ist, sobald $\det(M) = 1$ gilt:

$$|\epsilon(\vec{p}\,', q')|^2 = \det(M) \cdot |\epsilon(\vec{p}, q)|^2 \tag{2.26}$$

Die wichtigsten optischen Systeme, wie beispielsweise Linsen, Spiegel und Abstände, haben eine Transformationsmatrix, die dieser Bedingung genügt.

Verkippung durch einen Spiegel

Die Änderung der Strahllage durch eine kleine Verkippung β des Strahls an einer Position z_t lässt sich in erster Näherung geometrisch berechnen: Der Winkel der Strahlachsen beträgt genau $\delta\alpha = \beta$ und die Verschiebung an der Strahltaille beträgt $\delta x = -z_t \cdot \tan\beta \approx -z_t \cdot \beta$ (s. Abb. 2.3).

$$\epsilon = \beta \cdot \epsilon_0(z_t) \quad \text{mit} \quad \epsilon_0(z_t) = -\frac{z_t}{w_0} + i\frac{1}{\theta_D} \quad \text{für} \quad \beta \ll 1 \tag{2.27}$$

$\epsilon_0(z_t)$ ist eine Eigenschaft des Gauß'schen Strahls und beschreibt die Art der Strahllageänderung, wenn der Strahl an einer Position z_t verkippt wird. Das Argument von $-i \cdot \epsilon_0(z_t)$ berechnet sich wie folgt:

$$\zeta'(z_t) = \arg(-i \cdot \epsilon_0(z_t)) = \arctan\left(\frac{z_t \cdot \theta_D}{w_0}\right) = \arctan\left(\frac{z_t}{z_0}\right) \tag{2.28}$$

Demzufolge variiert das Argument von $\epsilon_0(z_t)$ genauso wie die Gouyphase des Gauß'schen Strahls entlang der optischen Achse. Die Auswirkung einer Strahlverkippung auf die Strahllage an einer bestimmten Strahltaille lässt sich also über die Gouyphasendifferenz berechnen.

Hermite-Gauß'sche Strahlen

Wenn die Strahllageveränderungen $|\epsilon| \ll 1$ sind, kann man den in der Lage geänderten Gauß'schen Strahl $U_0(\epsilon)$ im Hermite-Gauß'schen Basissystem des Referenzstrahls darstellen (s. Abschnitt 2.1.1):

$$U_0(\epsilon_x) \approx U_0 + \epsilon_x \cdot \Psi_{1,0} \tag{2.29}$$

Die Strahllage ϵ lässt sich also messen, indem der Anteil der Hermite-Gauß'schen Strahlen erster Ordnung bezogen auf den Gauß'schen Referenzstrahl ermittelt wird. Um den Betrag von ϵ_x zu messen, genügt es sogar, nur die relative Leistung vom $\mathrm{TEM}_{1,0}$ zum $\mathrm{TEM}_{0,0}$ Strahl zu messen:

$$|\epsilon_x| = \sqrt{\frac{P_{1,0}}{P_{0,0}}} \tag{2.30}$$

Dabei bezeichnet $P_{l,m}$ die Leistung des Hermite-Gauß'schen Strahls $\mathrm{TEM}_{l,m}$. Diese Beziehungen gelten natürlich analog für die Strahllage ϵ_y in der Sagittalebene unter Verwendung des $\mathrm{TEM}_{0,1}$ Strahls.

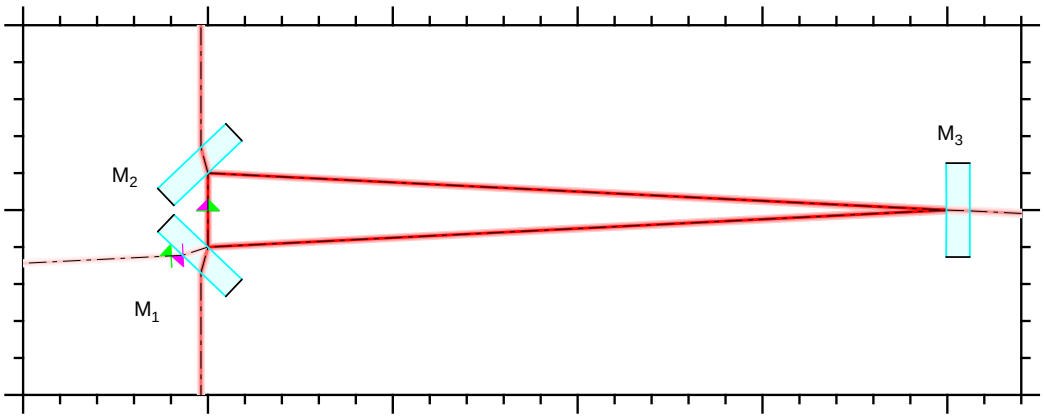


Abbildung 2.4.: Modell eines Ringresonators mit drei Spiegeln. Der Resonator besteht aus zwei planen Spiegeln M_1 und M_2 und einem gekrümmten Spiegel M_3. Die Umlaufrichtung des Lichts und die Position der Strahltaille sind durch Pfeile angedeutet.

2.3. Optische Resonatoren

Optische Resonatoren sind schwingungsfähige optische Komponenten, die sich unter anderem zum Filtern von Laserlicht und zum Messen von Frequenzen bzw. Längen verwenden lassen. Es gibt viele verschiedene Resonator-Konfigurationen, wobei der Schwerpunkt in diesem Abschnitt auf einem Drei-Spiegel-Ringresonator liegen wird (s. Abb. 2.4).

2.3.1. Moden

Als Moden bezeichnet man die Eigenschwingungen des Resonators. Dabei bilden sich stationäre elektromagnetische Feldverteilungen im Resonator aus. Die Resonanzfrequenz und Feldverteilung der Moden lassen sich berechnen: Lichtstrahlen sind im Resonator genau dann resonant, wenn sie sich nach einem Umlauf im Resonator reproduziert haben. Dies muss sowohl für die Phase als auch für die transversale Feldverteilung gelten.

Der Drei-Spiegel-Resonator (s. Abb. 2.4) besteht aus zwei planen und einem gekrümmten Spiegel mit Krümmungsradius R_R . Die Moden müssen am gekrümmten Spiegel eine passende Wellenfrontkrümmung haben, damit sich die transversale Feldverteilung nach einem Umlauf reproduziert. Die HG und LG Strahlen haben die

passende Wellenfrontkrümmung am gekrümmten Spiegel, wenn sie folgende Rayleighlänge besitzen:

$$z_0 = \frac{l_R}{2}\sqrt{\frac{2R_R}{l_R} - 1} \tag{2.31}$$

Dabei ist l_R die optische Weglänge eines Umlaufs im Resonator.

Die Resonanzwellenlänge λ bzw. Resonanzfrequenz ν der Moden bestimmt sich aus der Bedingung der reproduzierenden Phase. Die Phase $\varphi(z)$ eines Gauß'schen Strahls auf der optischen Achse ist, wie aus Gleichung 2.2 hervorgeht, gegeben durch:

$$\varphi(z) = -kz + \zeta(z) \tag{2.32}$$

Vernachlässigt man den geringen Beitrag der Gouyphase und Phasensprünge an den Spiegeln, so reproduziert sich die Phase falls gilt:

$$k \cdot l_R = 2\pi \cdot n \quad \Rightarrow \quad \nu_n = \frac{c}{l_R} \cdot n \quad \text{mit} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.33}$$

n wird die longitudinale Modenzahl genannt. Die Differenzfrequenz ν_{FSR} zwischen zwei Resonanzfrequenzen ν_n wird freier Spektralbereich (*Free Spectral Range*, FSR) genannt; also:

$$\nu_{\mathrm{FSR}} = \nu_{n+1} - \nu_n = \frac{c}{l_R} \tag{2.34}$$

Damit sind die Resonanzfrequenzen der Gauß'schen Moden gegeben. Die Resonanzfrequenzen der HG und LG Moden sind durch die zusätzliche Gouyphase gegenüber der Gauß'schen Mode verschoben. Hierbei kommt nun noch eine Spezialität von Ringresonatoren mit ungerader Anzahl von Spiegeln hinzu: Bei der Reflektion eines Strahls an einem Spiegel wird die Feldverteilung an der Sagittalebene gespiegelt. Alle HG Moden $\mathrm{TEM}_{l,m}$ mit geradem l besitzen eine Feldverteilung, die spiegelsymmetrisch zur Sagittalebene ist. Moden mit ungeradem l wechseln das Vorzeichen bei der Spiegelung. Folglich wirkt die Spiegelung bei ihnen wie eine zusätzliche Phase von π. Bei drei Spiegelungen ergibt sich damit eine effektive zusätzliche Phase von π. Damit berechnen sich die Resonanzfrequenzen $\nu_{n,l,m}$ und die Phase bei einem Umlauf $\varphi_{l,m}$ der HG Moden wie folgt:

$$\varphi_{l,m} = -k \cdot l_R + \zeta_0(1 + l + m) + l \cdot \pi \tag{2.35}$$

$$\nu_{n,l,m} = \nu_n + \nu_{l,m} \tag{2.36}$$

$$\nu_{l,m} = \nu_{\mathrm{FSR}} \cdot \left(l \cdot \frac{\zeta_0 + \pi}{2\pi} + m \cdot \frac{\zeta_0}{2\pi} \right) \tag{2.37}$$

Als gute Näherung der zusätzlichen Gouyphase bei einem Resonatorumlauf ζ_0 kann die Gouyphase der zugehörigen longitudinalen Mode verwendet werden:

$$\zeta_0 = \zeta\left(\frac{l_R}{2}\right) - \zeta\left(-\frac{l_R}{2}\right) \tag{2.38}$$

Die Resonanzfrequenzen der LG Moden ergeben sich analog[3]:

$$\nu_{n,p,l=0} = \nu_n + \nu_{\mathrm{FSR}} \cdot 2p \cdot \frac{\zeta_0}{2\pi} \tag{2.39}$$

Ein weiterer Unterschied zwischen einem Ringresonator und einem linearen Resonator ist die Polarisationsabhängigkeit des Ringresonators: Der Strahl im Ringresonator wird bei einem Umlauf dreimal mit einem Einfallswinkel, der kleiner als der Brewster-Winkel[4] ist, reflektiert. Nach den Fresnel'schen Gleichungen erfährt ein Strahl, dessen Polarisationsrichtung senkrecht zur Ebene des Ringresonators (s-Polarisation) steht, einen Phasensprung von π bei der Reflektion. Strahlen mit einer Polarisationsrichtung parallel zur Ebene (p-Polarisation) werden ohne Phasensprung reflektiert. Bei drei Reflektionen beträgt der effektive Phasenunterschied zwischen Strahlen in s- und p-Polarisation genau π. Damit sind die Resonanzfrequenzen der beiden Polarisationen um $\nu_{\mathrm{FSR}}/2$ gegeneinander verschoben [Fri93].

Um nun eine bestimmte Mode im Resonator anzuregen, muss der einfallende Strahl neben der richtigen optischen Frequenz auch eine möglichst große räumliche Überlappung mit der Mode haben. Im Weiteren wird zwischen zwei Teilaspekten bei der Maximierung der räumlichen Überlappung unterschieden: der Ausrichtung (*alignment*) der optischen Achse des einfallenden Strahls mit der optischen Achse des Resonators sowie der Modenanpassung (*modematching*). Bei der Modenanpassung wird der Radius und die Position der Strahltaille des einfallenden Strahls an die gewünschte Mode des Resonators angepasst. Praktisch wird die Ausrichtung über die Justierung von Spiegeln erreicht und die Modenanpassung durch Positionieren von Linsen.

[3] Die $\mathrm{Lag}^c_{p,l}$ bzw. $\mathrm{Lag}^s_{p,l}$ Moden mit $l > 0$ haben eine asymmetrische Feldverteilung bezogen auf die Sagittalebene für l ungerade bzw. l gerade. Dies muss wie bei den HG Moden durch eine zusätzliche Phase von π entsprechend berücksichtigt werden.

[4] Dabei ist der Brewster-Winkel zwischen Luft oder Vakuum und der Beschichtung der Spiegel entscheidend.

2.3.2. Finesse

Wird der Resonator durch einen Lichtstrahl konstant angeregt, so wird die eingekoppelte komplexe Amplitude U_0 nach einem Umlauf im Resonator in die komplexe Amplitude U_1 transformiert. Durch verschiedene Verluste im Resonator wird der Betrag auf den Faktor r abnehmen und je nach Frequenz eine gewisse Phasenverschiebung φ zum ursprünglichen Strahl besitzen:

$$U_1 = h \cdot U_0 \quad \text{mit} \quad h = re^{-i\varphi} \tag{2.40}$$

$$U_n = h \cdot U_{n-1} = h^n \cdot U_0 \tag{2.41}$$

Die komplexen Amplituden überlagern sich und ergeben eine Gesamtamplitude U_{Res}, die sich über die geometrische Reihe berechnen lässt:

$$U_{\mathrm{Res}}(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n = U_0 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} h^n = \frac{U_0}{1-h} \tag{2.42}$$

Der Betrag, das Betragsquadrat und die Phase der Gesamtamplitude U_{Res} lässt sich wie folgt darstellen:

$$|U_{\mathrm{Res}}(\varphi)| = \frac{|U_0|}{1-r} \frac{1}{\sqrt{1+(2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\varphi/2)}} \tag{2.43}$$

$$|U_{\mathrm{Res}}(\varphi)|^2 = I(\varphi) = \frac{I_{\max}}{1+(2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\varphi/2)} \tag{2.44}$$

$$\arg(U_{\mathrm{Res}}(\varphi)) = -\arctan\left(\frac{r\sin(\varphi)}{1-r\cos(\varphi)}\right) \tag{2.45}$$

Verwendet wurden dabei folgende Definitionen:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r} \tag{2.46}$$

$$I_{\max} = \frac{|U_0|^2}{(1-r)^2} \tag{2.47}$$

Der Parameter $\mathcal{F}$ wird die Finesse des Resonators genannt. Eine Abbildung der sogenannten Airy-Funktion $I(\varphi)$ ist in Abb. 2.5 für verschiedene Finessen dargestellt.

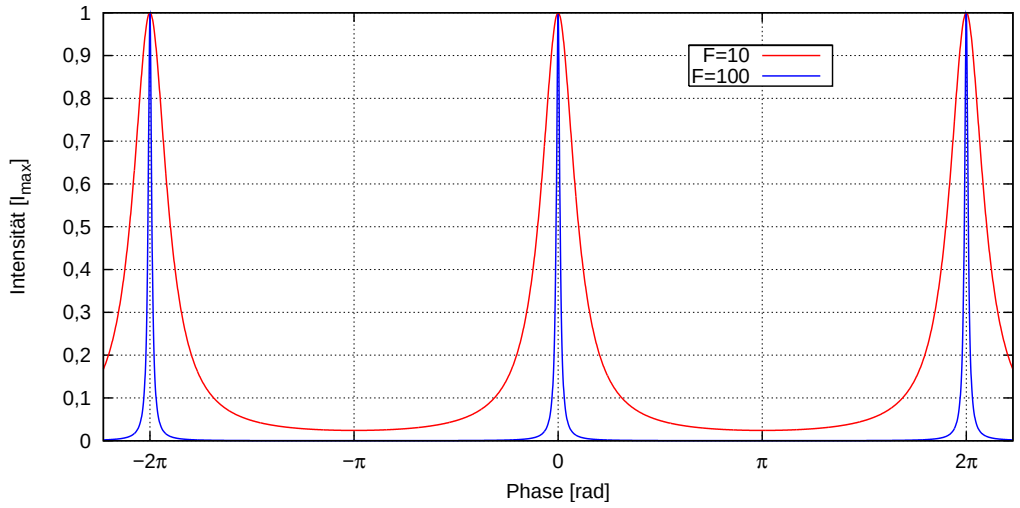


Abbildung 2.5.: Airy-Funktion $I(\varphi)$ für verschiedene Werte der Finesse.

Die Linienbreite ν_{LW} eines Resonators ist definiert als die volle Breite eines Resonanzpeaks der Airy-Funktion bei halber Leistung:

$$|U_{\mathrm{Res}}(\pm\pi\nu_{\mathrm{LW}}/\nu_{\mathrm{FSR}})|^2 = \frac{1}{2} \tag{2.48}$$

Für eine hohe Finesse des Resonators berechnet sich die Linienbreite näherungsweise:

$$\nu_{\mathrm{LW}} \approx \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{\mathcal{F}} \tag{2.49}$$

2.3.3. Filtereigenschaften

Leistungs-, Frequenz- und Strahllagefluktuationen eines auf den Resonator einfallenden Strahls werden im transmittierten Strahl unterdrückt. Der Strahl wird also bezüglich dieser Eigenschaften gefiltert. Im Folgenden wird die Abhängigkeit der Unterdrückung von der Fourier-Frequenz der Fluktuation untersucht.

Leistungsfluktuationen

Die Amplitudenmodulation eines monochromatischen Strahls wird wie folgt dargestellt:

$$\begin{aligned} U &= U_0 \cdot (1 + m\cos(\Omega t)) \cdot e^{i\omega t} \\ &= U_0 \cdot \left[e^{i\omega t} + \frac{m}{2} e^{i(\omega-\Omega)t} + \frac{m}{2} e^{i(\omega+\Omega)t} \right] \end{aligned} \tag{2.50}$$

Der Parameter m wird dabei der Modulationsindex genannt und bestimmt die Amplitude der Amplitudenmodulation bei der Kreisfrequenz Ω . Für einen kleinen Modulationsindex $m \ll 1$ wird die Leistung des Strahls auch sinusförmig moduliert.

Trifft dieser Strahl nun auf einen Resonator der eine Resonanzfrequenz bei $\omega/2\pi$ hat, so wird der Strahl teilweise transmittiert. Der Träger mit der Kreisfrequenz ω wird, von Verlusten im Resonator abgesehen, komplett transmittiert[5]. Die beiden Seitenbänder bei $\omega \pm \Omega$ entsprechen im Allgemeinen nicht exakt einer Resonanzfrequenz des Resonators. Deshalb werden sie teilweise am Resonator reflektiert und damit im transmittierten Strahl abgeschwächt. Der transmittierte Strahl ist eine Auskopplung des Feldes im Resonator:

$$\begin{aligned} U_{\text{Trans}} \propto\ & U_0 \cdot \left[U_{\text{Res}}(0) \cdot e^{i\omega t} + \right. \\ & U_{\text{Res}}(-\Omega/\nu_{\text{FSR}}) \cdot \frac{m}{2} e^{i(\omega-\Omega)t} + \\ & \left. U_{\text{Res}}(\Omega/\nu_{\text{FSR}}) \cdot \frac{m}{2} e^{i(\omega+\Omega)t} \right] \end{aligned} \tag{2.51}$$

Dies schreibt sich übersichtlicher, wenn man nur die Abschwächung und Phasenverschiebung im Vergleich zum Träger betrachtet:

$$a \cdot e^{i\alpha} = U_{\text{Res}}(\Omega/\nu_{\text{FSR}})/U_{\text{Res}}(0) \tag{2.52}$$

Dann zeigt sich, dass der Resonator die Amplitudenmodulation mit dem Faktor a und einer Phasenverschiebung α unterdrückt:

$$\begin{aligned} U_{\text{Trans}} &\propto U_0 \cdot \left[e^{i\omega t} + a \cdot \frac{m}{2} e^{i(\omega-\Omega)t - i\alpha} + a \cdot \frac{m}{2} e^{i(\omega+\Omega)t + i\alpha} \right] \\ &= U_0 \cdot (1 + a \cdot m\cos(\Omega t + \alpha)) \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \tag{2.53}$$

Der von der Modulationskreisfrequenz Ω abhängige komplexe Unterdrückungsfaktor $a \cdot e^{i\alpha}$ stellt die Transferfunktion eines Resonators für Amplitudenfluktuationen dar.

$$\begin{aligned} G_{\text{Res}}(f) &= a \cdot e^{i\alpha} = U_{\text{Res}}(2\pi f/\nu_{\text{FSR}})/U_{\text{Res}}(0) \\ &= \frac{1-r}{1 - r\exp(-i2\pi f/\nu_{\text{FSR}})} \end{aligned} \tag{2.54}$$

[5] Hierbei wird vom impedanzangepassten Fall ausgegangen.

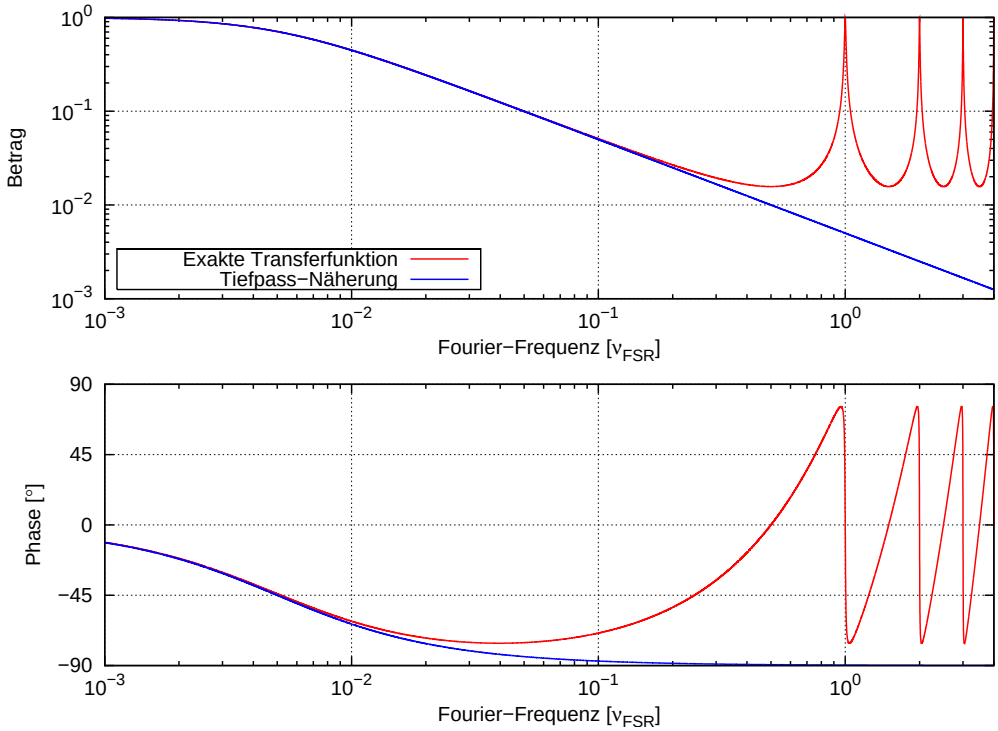


Abbildung 2.6.: Transferfunktion von Amplitudenfluktuationen für einen Resonator mit einer Finesse $\mathcal{F} = 100$. Dargestellt sind die exakte Transferfunktion und eine Näherung durch einen Tiefpass.

Diese Transferfunktion ist in Abb. 2.6 für einen Resonator mit einer Finesse $\mathcal{F} = 100$ dargestellt. Ebenfalls ist die Näherung durch einen Tiefpass dargestellt. Die Näherung ergibt sich für kleine Fourier-Frequenzen $f \ll \nu_{\mathrm{FSR}}$:

$$G_{\mathrm{Res}}(f) \approx \frac{1-r}{1-r(1-i2\pi f/\nu_{\mathrm{FSR}})} = \frac{1}{1+if/f_0} \tag{2.55}$$

$$f_0 = \nu_{\mathrm{FSR}} \cdot \frac{1-r}{2\pi r} \approx \frac{\nu_{\mathrm{FSR}}}{2\mathcal{F}} \approx \frac{\nu_{\mathrm{LW}}}{2} \tag{2.56}$$

Die letzten Näherungen sind nur gültig für eine hohe Finesse des Resonators:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r} \approx \frac{\pi \cdot r}{1-r} \quad \text{für} \quad 1-r \ll 1 \tag{2.57}$$

Im Vergleich zur Tiefpass-Näherung ist die maximale Unterdrückung bei Fourier-Frequenzen $\nu_{\mathrm{FSR}}/2$ erreicht und nimmt in der Umgebung von ganzzahligen Vielfachen von ν_{FSR} wieder ab.

Frequenzfluktuationen

Auf ähnliche Weise werden Frequenz- und Phasenfluktuationen durch einen Resonator gefiltert. Eine Phasenmodulation $\Delta\phi \cdot \cos(\Omega t)$ kann auch als Frequenzmodulation interpretiert werden, da die Kreisfrequenz einer Welle durch die zeitliche Ableitung der Phase gegeben ist. Jene Phasenmodulation entspricht also einer Frequenzmodulation von $-\Delta\phi \cdot \Omega \cdot \sin(\Omega t)/2\pi$. Im Weiteren sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit eine Phasenmodulation betrachtet:

$$\begin{aligned} U &= U_0 \cdot \exp\left(i\omega t + i\Delta\phi\cos(\Omega t)\right) && (2.58)\\ &\approx U_0 \cdot (1 + i\Delta\phi\cos(\Omega t)) \cdot e^{i\omega t} && (2.59)\end{aligned}$$

Diese Näherung ist für kleine Modulationen der Phase $\Delta\phi \ll 1$ gültig. Setzt man bei der Amplitudenmodulation für den Modulationsindex $m = i\Delta\phi$ ein, so erhält man genau das gleiche Ergebnis für die Unterdrückung von Phasen- und Frequenzfluktuationen.

Strahllagefluktuationen

Strahllagefluktuationen können in erster Ordnung als Beimischung von HG Moden erster Ordnung betrachtet werden. So lässt sich eine Modulation der Strahllage $\epsilon = m\cos(\Omega t)$ nach Gleichung 2.29 wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} U &= U_0 + m\cos(\Omega t)\cdot\Psi_{1,0} \\ &= U_0 + \left[\frac{m}{2}\exp(i\Omega t) + \frac{m}{2}\exp(-i\Omega t)\right]\cdot\Psi_{1,0} && (2.60)\end{aligned}$$

Je nach Wahl des komplexen Modulationsindexes m kann eine beliebige Mischung aus Verschiebung und Verkippung der optischen Achse beschrieben werden (s. Abschnitt 2.2). Hat nun dieser auf den Resonator einfallende Strahl eine optische Frequenz, die einer Resonanz einer Gauß'schen Mode U_0 entspricht, wird der Gauß'sche Modeanteil des einfallenden Strahls transmittiert. Der HG Modeanteil $\Psi_{1,0}$ hingegen wird größtenteils reflektiert, da er nicht resonant ist:

$$\begin{aligned} U_{\mathrm{Trans}} &\propto U_0 + \left[a_r \cdot \frac{m}{2}\exp(i\Omega t) + a_l \cdot \frac{m}{2}\exp(-i\Omega t)\right]\cdot\Psi_{1,0} && (2.61)\\ a_r &= ae^{i\alpha} = U_{\mathrm{Res}}(\varphi_{1,0} + \Omega/\nu_{\mathrm{FSR}})/U_{\mathrm{Res}}(0) && (2.62)\\ a_l &= be^{i\beta} = U_{\mathrm{Res}}(\varphi_{1,0} - \Omega/\nu_{\mathrm{FSR}})/U_{\mathrm{Res}}(0) && (2.63)\end{aligned}$$

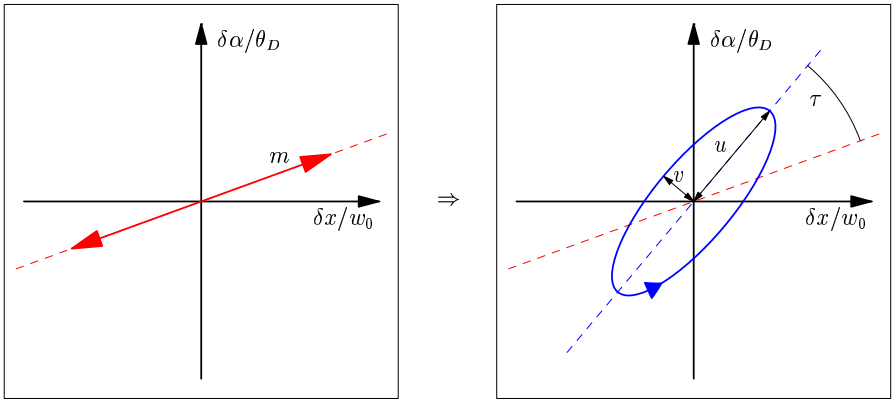


Abbildung 2.7.: Transformation einer Strahllagemodulation durch einen Resonator. Links ist die Strahllagemodulation vor dem Resonator und rechts die durch den Resonator gefilterte dargestellt.

Da die beiden Seitenbänder im Allgemeinen nicht symmetrisch, d.h. $a \neq b$ und $\alpha \neq -\beta$, durch die Transferfunktion des Resonators transformiert werden, stellt der Resonator kein lineares System für Strahllagefluktuationen mehr dar. Mit den gewählten Abkürzungen lässt sich der transmittierte Strahl allerdings wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} U_{\text{Trans}} &\propto U_0 + \\ &\quad \left[ue^{i\tau} \cdot m\cos(\Omega t + \varphi) + ive^{i\tau} \cdot m\sin(\Omega t + \varphi)\right] \Psi_{1,0} \qquad (2.64) \\ u &= \frac{a+b}{2} \qquad v = \frac{a-b}{2} \qquad (2.65) \\ \tau &= \frac{\alpha+\beta}{2} \qquad \varphi = \frac{\alpha-\beta}{2} \qquad (2.66) \end{aligned}$$

Aus der ursprünglichen linearen Strahllagemodulation, die durch den Modulationsindex m charakterisiert war, wird eine elliptische Strahllagemodulation. Die beiden Halbachsen der Ellipse sind u und v, wobei eine Achse der Ellipse zur ursprünglichen Richtung von m um den Winkel τ gedreht wurde. Das Vorzeichen von v bestimmt den Umlaufsinn der Ellipse; diese Transformation ist in Abb. 2.7 illustriert. Weiterhin erfährt die Modulation eine zeitliche Phasenverschiebung von φ.

Die Fourier-Frequenzabhängigkeit der vier Größen u, v, τ und φ ist in Abb. 2.8 dargestellt. Die Strahllagefluktuationen werden bei niedrigen Fourier-Frequenzen unterdrückt und erst bei Fourier-Frequenzen die dem Frequenzabstand der HG Mode erster Ordnung und der nächstgelegenen Gauß'schen Mode entsprechen wieder durchgelassen.

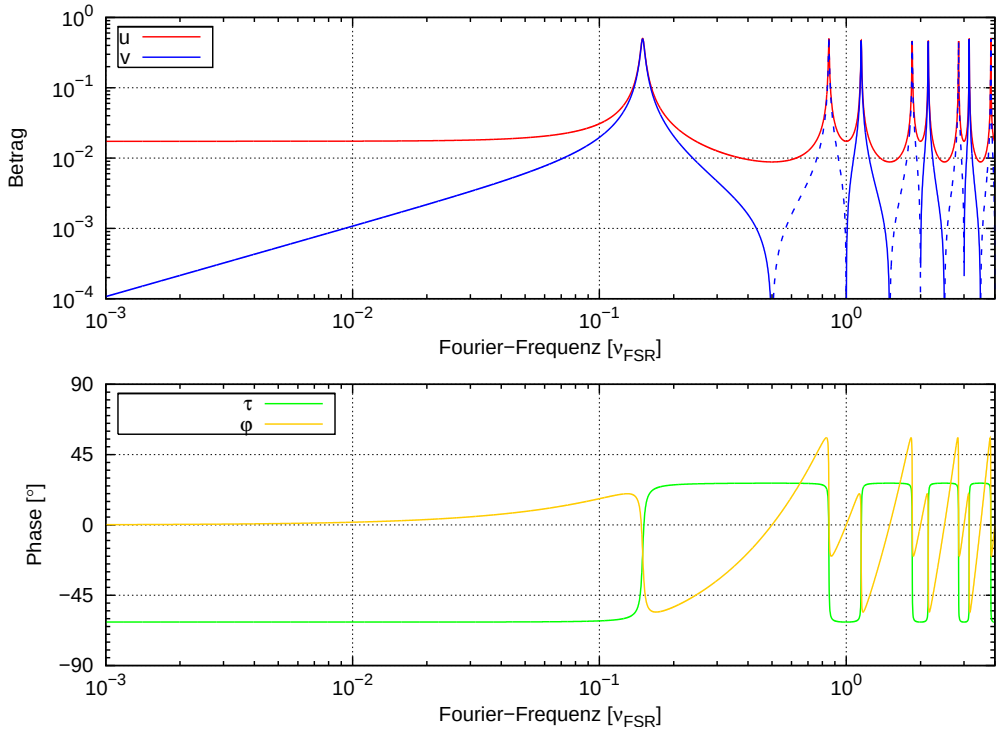


Abbildung 2.8.: Filterung von Strahllagefluktuationen durch einen Resonator. Dargestellt sind die Transformationsparameter einer linearen Strahllagemodulation. Eine durchgezogene Linie für v entspricht einem negativen Vorzeichen und analog eine gestrichelte einem positivem. Der Resonator hat eine Finesse $\mathcal{F} = 200$ und der Unterschied der Resonanzfrequenzen beträgt $\nu_{1,0} - \nu_{0,0} = 0,15 \cdot \nu_{\mathrm{FSR}}$.

Der Verlauf der Unterdrückung ist nun nicht mehr wie bei Amplituden- und Phasenfluktuationen nur von der Linienbreite abhängig, sondern hauptsächlich von der Resonanzfrequenz der HG Mode erster Ordnung. Insbesondere unterscheidet sich die Resonanzfrequenz bei einem Drei-Spiegel-Ringresonator für die $\mathrm{TEM}_{1,0}$ und $\mathrm{TEM}_{0,1}$ Mode, und damit die Unterdrückung bei niedrigen Frequenzen für Fluktuationen in der Tangential- und Sagittalebene.

Für niedrige Fourier-Frequenzen $\Omega/2\pi$ bezogen auf den Frequenzabstand der HG Mode erster Ordnung zur nächsten Gauß'schen Mode lässt sich die Transformation nähern und ein linearer Unterdrückungsfaktor bestimmen:

$$U_{\mathrm{Trans}} \propto U_0 + u e^{i\tau} m \cos(\Omega t) \Psi_{1,0} \tag{2.67}$$

$$u e^{i\tau} = U_{\mathrm{Res}}(\varphi_{1,0}/\nu_{\mathrm{FSR}})/U_{\mathrm{Res}}(0) \tag{2.68}$$

2.3.4. Kopplung von Längenfluktuationen in Leistungs- und Frequenzfluktuationen

Neben der Unterdrückung von Leistungs- und Frequenzfluktuationen durch einen Resonator können diese dem transmittierten Strahl auch hinzugefügt werden. Diese Fluktuationen entstehen durch eine Änderung der Lichtfrequenz oder der Resonanzfrequenzen des Resonators. Im Folgenden wird der Fall betrachtet, bei dem sich die Resonanzfrequenzen des Resonators durch Änderung der Umlauflänge ändern und die Lichtfrequenz des einfallenden Strahls konstant ist.

Leistungsfluktuationen

Kleine Änderungen der Umlauflänge des Resonators führen zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenzen, mit der Folge, dass der einfallende Strahl nicht mehr komplett transmittiert und somit seine Leistung reduziert wird.

Stimmt die Lichtfrequenz genau mit einer Resonanzfrequenz des Resonators überein, so bewirkt eine Modulation der Resonanzfrequenzen in erster Ordnung eine Leistungsmodulation bei der doppelten Modulationsfrequenz. Dieser quadratische Effekt sei hier vernachlässigt.

Ein kleiner Offset ν_ϵ der Lichtfrequenz gegenüber einer Resonanzfrequenz bewirkt jedoch eine lineare Kopplung zwischen der Modulation der Resonanzfrequenzen und der Leistungsmodulation des transmittierten Strahls. Der Offset ν_ϵ kann auch als Umlaufphase im Resonator $\varphi_\epsilon = 2\pi\nu_\epsilon/\nu_{\mathrm{FSR}}$ ausgedrückt werden. Die Kopplungskonstante $K_L(\varphi_\epsilon)$ ist die Ableitung der Airy-Funktion:

$$K_L(\varphi_\epsilon) = \frac{1}{I(0)} \left.\frac{dI(\varphi)}{d\varphi}\right|_{\varphi=\varphi_\epsilon} = -\frac{2\mathcal{F}^2\pi^2 \sin(\varphi_\epsilon)}{(2\mathcal{F}^2 + \pi^2 - 2\mathcal{F}^2\cos(\varphi_\epsilon))^2} \tag{2.69}$$

$K_L(\varphi_\epsilon)$ beschreibt wie Resonanzfrequenzfluktuationen $\nu(t)$ die relative Leistung $\delta P(t)/P_0$ des transmittierten Strahls ändern:

$$\frac{\delta P(t)}{P_0} = K_L(\varphi_\epsilon) \cdot 2\pi \frac{\nu(t)}{\nu_{\mathrm{FSR}}} \tag{2.70}$$

In Abb. 2.9 ist der Verlauf von $K_L(\varphi_\epsilon)$ dargestellt. Dieses Ergebnis gilt für kleine, sodass die Betrachtung der Ableitung der Airy-Funktion als Kopplung genügt, und langsame Resonanzfrequenzfluktuationen, sodass der durch die Airy-Funktion beschriebene stationäre Zustand im Resonator herrscht.

Frequenzfluktuationen

Wenn die Lichtfrequenz mit einer Resonanzfrequenz übereinstimmt, führt eine Modulation der Resonanzfrequenzen zu einer periodischen Phasenverschiebung des

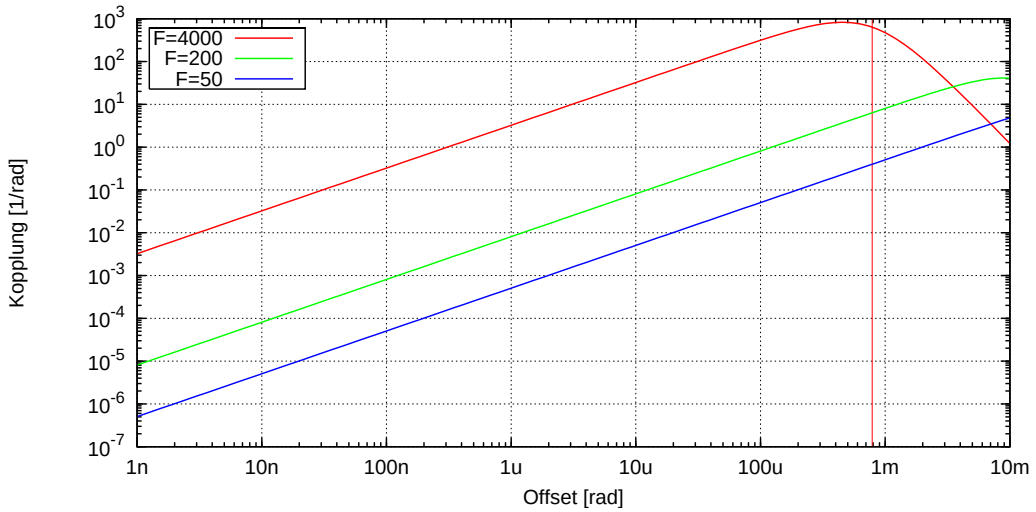


Abbildung 2.9.: Kopplung K_L von Resonanzfrequenz- auf Leistungsfluktuationen bei Resonatoren mit verschiedenen Finessen abhängig vom Offset φ_ϵ. Ebenfalls ist die halbe Linienbreite für einen Resonator mit $\mathcal{F} = 4000$ markiert.

transmittierten Strahls im Vergleich zum einfallenden Strahl. Wenn die Resonanzfrequenzen oder gleichbedeutend die Umlaufphase $\varphi(t)$ moduliert wird, so erzeugt dies eine Phasenmodulation $\Delta\varphi(t)$ des transmittierten Strahls:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\Omega t) \tag{2.71}$$

$$\Delta\varphi(t) = K_P \cdot \varphi(t) \tag{2.72}$$

Der Kopplungsfaktor K_P ist die Ableitung des Phasengangs der Transferfunktion des Resonators:

$$K_P = \left.\frac{d\arg(U_{\mathrm{Res}}(\varphi))}{d\varphi}\right|_{\varphi=0} = \frac{r}{r-1} \approx -\mathcal{F}/\pi \tag{2.73}$$

Die Näherung gilt für $1 - r \ll 1$ oder gleichbedeutend für eine hohe Finesse. Die Phasenmodulation des transmittierten Strahls kann auch hier als Frequenzmodulation aufgefasst werden. Dieses Ergebnis gilt wieder für kleine und langsame Resonanzfrequenzfluktuationen.

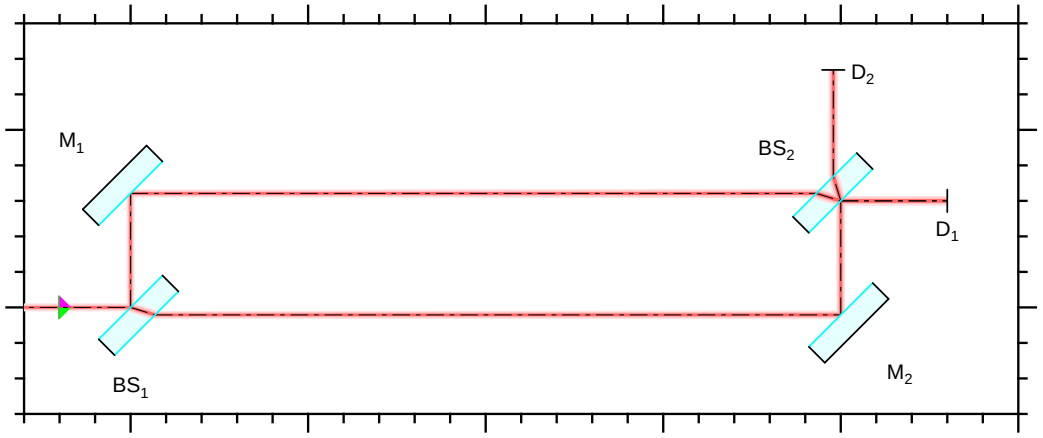


Abbildung 2.10.: Modell eines Mach-Zehnder-Interferometers, bestehend aus zwei Strahlteilern BS_1 und BS_2 und zwei Spiegeln M_1 und M_2. Der Strahl des symmetrischen Ausgangs endet bei D_1 und der des asymmetrischen bei D_2.

2.4. Mach-Zehnder-Interferometer

Hauptbestandteil eines Mach-Zehnder-Interferometers sind zwei Strahlteiler. Ein Strahl, der in einen Eingang eingekoppelt ist, wird am ersten Strahlteiler aufgespalten. Die beiden Teilstrahlen gelangen auf unterschiedlichem Wege zum zweiten Strahlteiler, an dem sie wieder überlagert werden. Dieser prinzipielle Aufbau ist in Abb. 2.10 dargestellt. Die Lichtleistung am symmetrischen und asymmetrischen Ausgang des Interferometers hängt direkt mit dem Phasenunterschied der überlagerten Teilstrahlen zusammen. Dementsprechend kann mit einem Mach-Zehnder-Interferometer der Unterschied der Phasenfluktuationen in den beiden Armen gemessen werden.

Die relativen komplexen Amplituden an den beiden Ausgängen des Interferometers lassen sich mit den Reflektions- und Transmissionskoeffizienten, ρ_i bzw. τ_i, der beiden Strahlteiler $i = 1, 2$ unter Vernachlässigung von Verlusten berechnen:

$$\frac{a_+}{a} = i\rho_1\tau_2 \cdot e^{i\phi_1} + i\tau_1\rho_2 \cdot e^{i\phi_2} \tag{2.74}$$

$$\frac{a_-}{a} = -\tau_1\tau_2 \cdot e^{i\phi_2} + \rho_1\rho_2 \cdot e^{i\phi_1} \tag{2.75}$$

Dabei bezeichnet a_+ die komplexe Amplitude am symmetrischen und a_- die am asymmetrischen Ausgang. Beide sind mit der Amplitude a am Eingang des Interfero-

meters normiert. Die jeweilige Änderung der Phase auf den beiden unterschiedlichen Wegen zum zweiten Strahlteiler ist mit ϕ_1 und ϕ_2 benannt.

Damit ergibt sich die relative Leistung $P_{+,-}$ an beiden Ausgängen in Abhängigkeit des Phasenunterschieds $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ für den Fall von zwei gleichen Strahlteilern mit $\rho_i = \tau_i = 1/\sqrt{2}$:

$$P_+(\Delta\phi) = \left|\frac{a_+}{a}\right|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\Delta\phi) \tag{2.76}$$

$$P_-(\Delta\phi) = \left|\frac{a_-}{a}\right|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(\Delta\phi) \tag{2.77}$$

Die Leistung an den Ausgängen ist also abhängig von dem Unterschied der Phasenänderung in den beiden Armen.

Sind die beiden Wege der Teilstrahlen zwischen den Strahlteilern unterschiedlich lang, entsteht ein konstanter Phasenunterschied. Bezeichnet Δl den Weglängenunterschied, so ergibt sich folgender Phasenunterschied:

$$\Delta\phi_\nu = \Delta l \cdot k = \frac{2\pi \cdot \Delta l}{c} \cdot \nu \tag{2.78}$$

Frequenzfluktuationen $\nu(t)$ des Eingangsstrahls wirken sich also nur bei einem Weglängenunterschied auf den Phasenunterschied der Teilstrahlen am Ausgang aus.

Um im Experiment den Phasenunterschied $\Delta\phi$ zu messen, wird das Interferometer auf einen Arbeitspunkt stabilisiert. In diesem Fall wird durch mikroskopische Änderung der Weglänge eines Pfads die Leistung an einem Ausgang auf die Hälfte der Maximalleistung stabilisiert. Bei angenommenem konstanten Phasenunterschied der Teilstrahlen am Ausgang erzeugen relative Leistungsfluktuationen des Eingangsstrahls genau die gleichen relativen Leistungsfluktuationen am Ausgang. Bei dieser Messmethode kann eine Änderung der Leistung an einem Ausgang durch Phasenunterschiede oder Leistungsfluktuationen des Eingangsstrahls nicht unterschieden werden. Bezeichnet $\delta P/P_0$ die relativen Leistungsfluktuationen des Eingangsstrahls, so täuscht dies folgende Phasenfluktuationen vor:

$$\Delta\phi_P = \frac{1}{2}\frac{\delta P}{P_0} \cdot \left.\frac{d\Delta\phi}{dP_{+,-}}\right|_{P_{+,-}=1/2} = \pm\frac{\delta P}{P_0} \tag{2.79}$$

3. Charakterisierungs-Methoden

Dieses Kapitel stellt die wichtigsten Methoden vor, mit denen Lasersysteme für den Einsatz in Gravitationswellendetektoren charakterisiert werden. Ein Hauptaspekt bei der Charakterisierung eines Lasersystems ist die Untersuchung des Ausgangsstrahls. Dies ist der Schwerpunkt in diesem Kapitel. Weiterhin ist die Charakterisierung von Aktuatoren im Lasersystem wichtig, mit denen man die Parameter des Ausgangsstrahl regeln kann.

Die charakterisierten Parameter des Ausgangsstrahls sind im Folgenden kurz definiert. Danach werden sie in den entsprechenden Abschnitten näher erläutert und Messmethoden werden beschrieben.

Die komplexe Feldamplitude eines Laserstrahls kann in der paraxialen Näherung wie folgt geschrieben werden (s. Kapitel 2.1):

$$E(\vec{r},t) = E_0(t) \cdot \sum_{l,m} c_{l,m}(t)\Psi_{l,m}(\vec{r}) \cdot \exp(2\pi i \cdot \nu(t) \cdot t) \tag{3.1}$$

$$\text{mit} \qquad \sum_{l,m} |c_{l,m}(t)|^2 = 1 \tag{3.2}$$

Dieser Laserstrahl wird hauptsächlich durch die folgenden Größen charakterisiert, wobei eine genaue Definition in den einzelnen Abschnitten folgt.

Ausgangsleistung:	$P(t) = \lvert E_0(t)\rvert^2$
Mittlere Leistung:	$P_0 = \overline{P(t)}$
Relative Leistung:	$\delta P(t)/P_0$
Frequenz:	$\nu(t)$
Gauß'scher Strahlanteil:	$P_{\text{Gauß}}/P_0 = \lvert c_{0,0}\rvert^2$
Strahllage:	$\lvert\epsilon_x\rvert(t) \approx \lvert c_{1,0}/c_{0,0}\rvert, \quad \lvert\epsilon_y\rvert(t) \approx \lvert c_{0,1}/c_{0,0}\rvert$

Alle zeitlichen Abhängigkeiten der Parameter sind maximal bis zu Fourier-Frequenzen von einigen MHz interessant. Sie sind damit wesentlich langsamer als die Variation der Amplitude bei der optischen Frequenz $\overline{\nu(t)} \approx 280\,\text{THz}$.

Aus den Anforderungen von *Advanced LIGO* lässt sich die benötigte Empfindlichkeit für die Messung der relativen Leistung, der Frequenz und der Strahllage ableiten.

Rauschen

Für Gravitationswellendetektoren müssen die eben erwähnten Parameter zeitlich auf ein gewisses Niveau konstant gehalten werden. Die Zeitsignale der Parameter bestehen also aus Rauschen, im Gegensatz zu einem deterministischen Signal.

Rauschen charakterisiert man mithilfe der linearen spektralen Dichte (LSD). Die LSD lässt sich aus einem Zeitsignal $h(t)$ berechnen: Dazu benötigt man die Autokorrelation (*autocorrelation function*) dieses Signals, die wie folgt definiert ist [Sau94]:

$$h \star h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t\, h(t) h(t+\tau) \tag{3.3}$$

Durch die Fourier-Transformation der Autokorrelation erhält man das Leistungsspektrum $P_s(f)$ (*power spectrum*) und das einseitige Leistungsspektrum $s^2(f)$ (*single-sided power spectrum*) ergibt sich wiederum aus $P_s(f)$:

$$P_s(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}\tau\, h \star h(\tau) \exp(-2\pi i f \tau) \tag{3.4}$$

$$s^2(f) = \begin{cases} 2P_s(f), & f \geq 0 \\ 0, & f < 0 \end{cases} \tag{3.5}$$

Daraus berechnet sich nun die LSD $s(f)$ (*amplitude spectral density*) des Zeitsignals $h(t)$:

$$s(f) = \sqrt{s^2(f)} \tag{3.6}$$

Für ein real gemessenes Zeitsignal $h(t)$ kann nur eine Schätzung der LSD berechnet werden, da die Messdauer T begrenzt ist. Um die Varianz der berechneten Schätzung zu reduzieren, werden viele Schätzungen gemittelt. Zwei Verfahren werden benutzt, um die LSD eines realen Zeitsignals approximativ zu bestimmen:

- Der FFT-Spektrum-Analysator *SR785* von der Firma *Stanford Research Systems* wird benutzt, um die LSD eines Spannungssignals zu berechnen. Die LSD wird in einem Fourier-Frequenzband von 1 Hz bis 100 kHz berechnet, um das Detektionsband von *Advanced LIGO* gut abzudecken. Konkret wird die LSD in kleineren Frequenzbändern gemessen und anschließend zusammengesetzt, um bei niedrigen Fourier-Frequenzen eine höhere Auflösung zu erreichen. In

Fourier-Frequenzband	Mittelungen
1 Hz...25 Hz	10
25 Hz...200 Hz	50
200 Hz...1,6 kHz	150
1,6 kHz...12,8 kHz	500
12,8 kHz...102,4 kHz	1000

Tabelle 3.1.: Fourier-Frequenzbänder und Anzahl der Mittelungen bei der Messung der LSD mit dem Spektrum-Analysator.

Tabelle 3.1 sind die Frequenzbänder und die verwendete Anzahl von Mittelungen zusammengefasst. Eine Messung dauert mit diesen Einstellungen dann etwa 15 Minuten. Diese Spektrum-Analysatoren zeichnen sich durch ein sehr geringes Eigenrauschen aus.

- Ein Spannungssignal wird mit einer A/D-Wandlerkarte und einem Computer für ca. eine Minute digitalisiert. Anschließend wird aus diesem Zeitsignal die LSD mit dem Programm *LPSD* [TH04] berechnet. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass das Zeitsignal noch transformiert[1] werden kann, bevor die LSD berechnet wird. Die maximale Samplingfrequenz der verwendeten A/D-Wandlerkarte liegt bei 20 kHz. Deshalb können auf diese Weise Spektren bis zu einer Fourier-Frequenz von maximal 10 kHz berechnet werden.

3.1. Ausgangsleistung

Die Ausgangsleistung eines Lasersystems ist über lange Zeiträume von einigen Stunden bis Jahren interessant. Die Ausgangsleistung von Lasersystemen für Gravitationswellendetektoren sollte über einige Stunden betrachtet nicht über ein gewisses Maß schwanken und beim Langzeitbetrieb nicht übermäßig degradieren (z. B. durch Alterung von Komponenten).

Unter der Leistung eines Laserstrahls wird hier die Leistung, die über viele Perioden der elektromagnetischen Welle gemittelt wird, verstanden:

$$P(t) = \overline{\int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,|E(\vec{r},t)|^2} = |E_0|^2(t) \tag{3.7}$$

[1] Dies ist beispielsweise bei der Berechnung der Strahllagefluktuationen nötig.

Messkopf	max. Leistung	Auflösung	relative Genauigkeit
LM-3 HTD	3 W	1 mW	
LM-45 HTD	45 W	10 mW	$\pm 0,1\%$
LM-100 HTD	100 W	10 mW	

Tabelle 3.2.: Empfindlichkeit der Leistungs-Messköpfe.

Die Ausgangsleistung wird über thermische Leistungs-Messköpfe gemessen. Bei den Messköpfen wird die zu messende Laserleistung an einem Absorber in Wärme umgewandelt. Thermoelemente werden dann benutzt, um die Temperaturdifferenz zwischen dem Absorber und dem Kühlkörper zu messen. Daraus wird die Leistung des Laserstrahls berechnet.

Die niedrige Bandbreite dieser Messköpfe spielt bei diesen Zeitskalen keine Rolle. Mithilfe einer Messkonsole mit analogem Ausgang lässt sich die gemessene Leistung über lange Zeiten mit einer A/D-Wandlerkarte und einem Computer aufzeichnen.

Die verwendeten Messköpfe und -konsolen stammen von der Firma *Coherent, Inc.* Die Auflösung und relative Genauigkeit[2] ist in Tabelle 3.2 zusammengefasst und limitiert die Empfindlichkeit der Messung. Die Messköpfe sind für eine Wellenlänge von 10 μm mit einer absoluten Genauigkeit von $\pm 2\%$ kalibriert. Die absolute Genauigkeit bei $\lambda = 1064$ nm ist nicht bekannt.

Eine typische Messung der Ausgangsleistung eines Lasersystems für 2,5 Stunden ist in Abb. 3.1 dargestellt. Der Mittelwert, die Standardabweichung und der Maximal- und Minimalwert sind dort ebenfalls dargestellt.

Es gibt Leistungsmessköpfe für Leistungen über 200 W; ein solcher Messkopf wird im LZH bei der Entwicklung des *Advanced LIGO* Lasers eingesetzt. Obwohl die absolute Genauigkeit nicht bekannt ist, genügt sie, um die Ausgangsleistung abzuschätzen.

3.2. Leistungsrauschen

Die Empfindlichkeit der Gravitationswellendetektoren ist abhängig vom relativen Leistungsrauschen im Detektionsband.

Das relative Leistungsrauschen $\delta P/P_0$ (*Relative Intensity Noise*, RIN) ist definiert als das Leistungsrauschen δP normiert auf die über die Messung gemittelte Leistung P_0:

[2] Die relative Standardabweichung wurde über 11 Stunden bei einer Abtastrate von 2 Hz mit einem stabilisierten Laser von ca. 13 W gemessen. Mit einer Photodiode wurde kontrolliert und somit sichergestellt, dass die Laserleistung stabiler als das Signal des Leistungs-Messkopfs war.

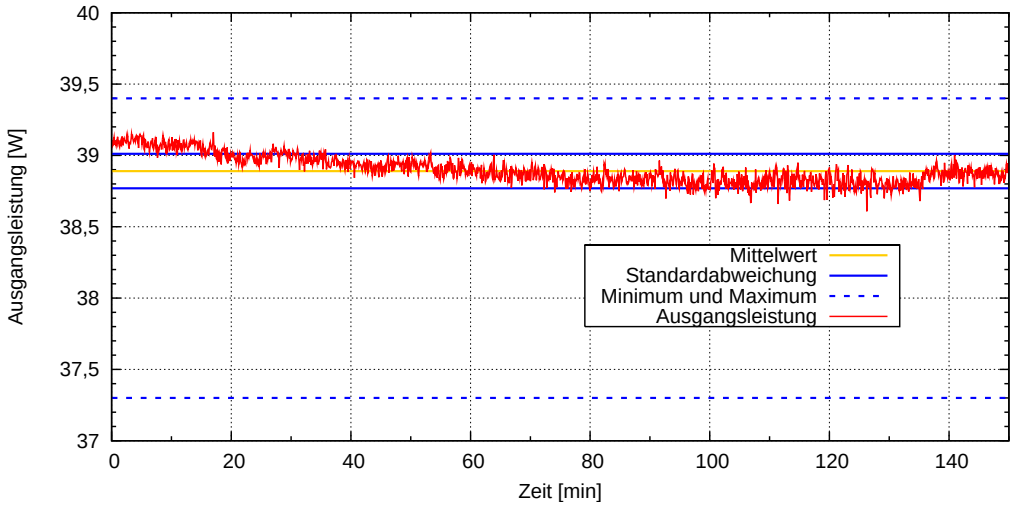


Abbildung 3.1.: Typische Ausgangsleistung eines Lasersystems. Die mittlere Ausgangsleistung beträgt 38,9 W bei einer Standardabweichung von 121 mW. Der Minimal- und Maximalwert der mit 10 Hz aufgezeichneten Leistung beträgt 37,3 W und 39,4 W. Beide sind in der Zeitserie nicht zu erkennen, da zur besseren Darstellung nur ein Mittelwert aus jeweils 50 Datenpunkten dargestellt ist.

$$P_0 = \overline{P(t)} = \frac{1}{T}\int_T dt \cdot P(t) \tag{3.8}$$

$$\delta P(t) = P(t) - P_0 \tag{3.9}$$

Dabei bezeichnet T die Dauer der Messung. Das relative Leistungsrauschen wird mit Photodioden gemessen, die die Leistung des abgeschwächten Ausgangsstrahl mit hoher Bandbreite messen. Der Laserstrahl erzeugt im Halbleiter der Photodiode Elektronen-Loch-Paare, die zu einem Photostrom führen. Der Photostrom wird durch eine Elektronik in ein Spannungssignal gewandelt. Danach wird die LSD aus dem digitalisierten Spannungssignal berechnet und mit dem Mittelwert der Spannung normiert.

Messausrüstung

Der Ausgangsstrahl des Lasersystems muss in der Regel abgeschwächt werden, um die Leistungsgrenze von ca. 150 mW auf der Photodiode nicht zu überschreiten.

Firma	Modell	Durchmesser
Hamamatsu Photonics	G5832	2 mm
PerkinElmer	C30642	2 mm

Tabelle 3.3.: InGaAs-Photodioden zur Messung von relativem Leistungsrauschen.

Dazu kann z. B. ein 0°-Auskoppelspiegel mit geeignetem Transmissionskoeffizient verwendet werden. Der Einfallswinkel sollte dann möglichst klein sein, um Polarisationsabhängigkeiten des Transmissionskoeffizienten gering zu halten. Ist die Polarisation des Ausgangsstrahls konstant, kann auch eine Kombination aus einer $\lambda/2$-Verzögerungsplatte und einem Glan-Taylor-Prisma verwendet werden, um den Strahl abzuschwächen. Die in dieser Arbeit eingestellte Leistung auf der Photodiode liegt in der Regel bei ca. 50 mW.

Vom abgeschwächten Strahl nimmt man an, dass er das gleiche relative Leistungsrauschen wie der Ausgangsstrahl hat. Man verwendet Photodioden mit Indium-Gallium-Arsenid (InGaAs) Halbleitern, da diese eine hohe Quanteneffizienz $\eta \approx 0,9$ bei der Wellenlänge $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ und ein geringes Eigenrauschen haben. In Tabelle 3.3 sind die verwendeten Photodioden aufgelistet. Ein am Institut entwickelter Transimpedanzverstärker wird benutzt, um den Photostrom in ein Spannungssignal zu wandeln. Die Photodioden haben eine Bandbreite von mindestens 10 MHz und sind durch die Lichtleistung nicht gesättigt.

Eine typische Messung des relativen Leistungsrauschens ist in Abb. 3.2 dargestellt.

Messempfindlichkeit

Eine Möglichkeit das Eigenrauschen und damit die Empfindlichkeit der Messapparatur zu bestimmen, ist das sogenannte Dunkelrauschen zu messen. Dazu wird das Spannungsrauschen bei abgedeckter Photodiode gemessen. Normiert wird das Signal mit der mittleren Spannung, die bei einer Messung mit Licht auf der Photodiode gemessen wird.

Das so gemessene Eigenrauschen stellt eine untere Grenze dar. Es ist nicht auszuschließen, dass sich das Eigenrauschen ändert, sobald Licht auf die Photodiode fällt und damit auch große Ströme in der Elektronik fließen.

Eine obere Grenze für das Eigenrauschen wird wie folgt gemessen: Eine Photodiode wird verwendet um das Lasersystem in seiner Ausgangsleistung zu stabilisieren. Eine zweite baugleiche Photodiode wird nun verwendet, um die stabilisierte Ausgangsleistung unabhängig zu messen. Das dabei gemessene relative Leistungsrauschen stellt eine obere Grenze dar. Alle Rauschprozesse, die von der Aufspaltung des Ausgangsstrahls in die zwei Pfade bis zum digitalisierten Spannungssignal der Pho-

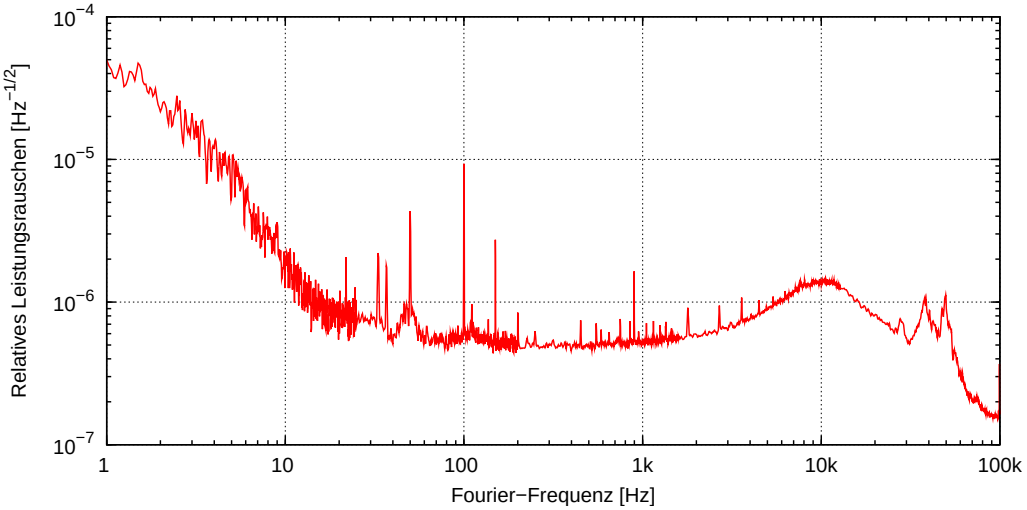


Abbildung 3.2.: Typisches relatives Leistungsrauschen eines unstabilisierten Lasersystems.

todioden auftreten, sollten für beide Photodioden gleichgroß aber unkorreliert sein. Bei großer Verstärkung des Stabilisierungs-Regelkreises wird das Eigenrauschen der Messapparatur der Ausgangsleistung aufgeprägt und mit der zweiten Photodiode zusammen mit derem unkorrelierten Eigenrauschen gemessen [Sei05].

Das Schrotrauschen (*shot noise*) der detektierten Lichtleistung stellt eine prinzipielle Empfindlichkeitsgrenze dar und ergibt sich aus der Quantelung des Lichts in Photonen. Das relative Leistungsrauschen durch Schrotrauschen berechnet sich nach [Sau94]:

$$\frac{\delta P}{P_0}(f) = N_{\mathrm{SN}}(P_0) = \sqrt{\frac{h \cdot \nu}{P_0}} \tag{3.10}$$

Die Konstante h ist das Planck'sche Wirkungsquantum. Wenn die Leistung mit Photodioden gemessen wird, ist hierbei zu beachten, dass nicht das Schrotrauschen des Lichts sondern das des Photostroms die Empfindlichkeitsgrenze darstellt. Die auf diese Weise gemessene obere und untere Grenze für das Eigenrauschen ist in Abb. 3.3 zusammen mit dem Schrotrauschen von Licht verschiedener Leistung dargestellt.

Die obere Grenze des Eigenrauschens liegt, wie in Abb. 3.3 zu sehen ist, zwischen 10 Hz und 50 Hz nicht unter den Anforderungen von *Advanced LIGO*. Ansonsten reicht die Empfindlichkeit der Photodioden[3] aus. Deshalb ist bis jetzt aber unklar,

[3] Die scharfen Peaks bei den Netzharmonischen lassen sich durch sorgfältige Verkabelung weiter reduzieren [Sei05].

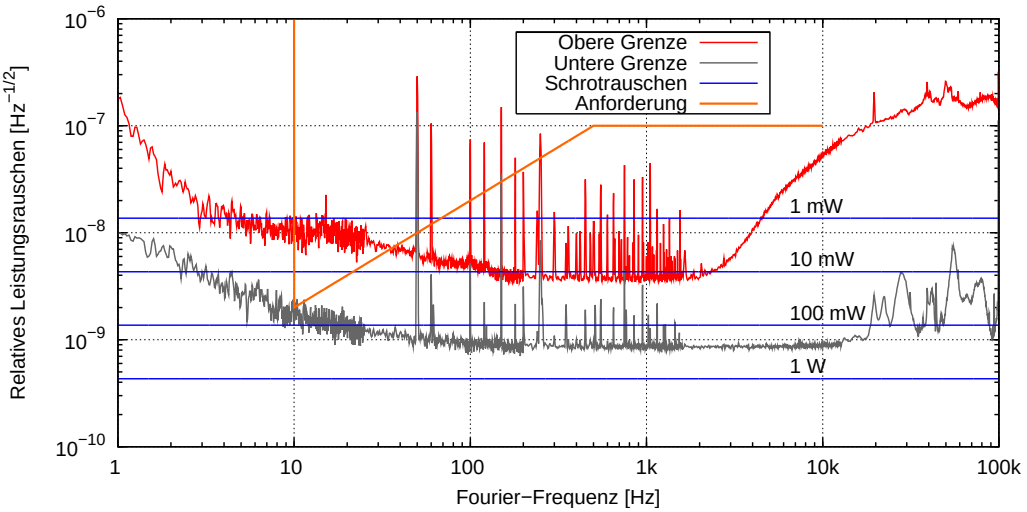


Abbildung 3.3.: Empfindlichkeit der Leistungsmessung. Dargestellt sind eine obere und untere Grenze für das Eigenrauschen der Messapparatur [Sei05] im Vergleich zu den gestellten Anforderungen von *Advanced LIGO*. Das Schrotrauschen von Licht für verschiedene Lichtleistungen ist ebenfalls dargestellt.

ob ein relatives Leistungsrauschen auf dem Niveau der Anforderungen von *Advanced LIGO* überhaupt auf diese Weise gemessen werden kann. Für unstabilisierte Laser genügt die Empfindlichkeit auf jeden Fall, wie ein Vergleich mit Abb. 3.2 zeigt.

3.3. Frequenzrauschen

Wie in Abschnitt 1.1 erläutert, ist die Empfindlichkeit des *Advanced LIGO* Detektors vom Frequenzrauschen des Lasersystems abhängig. Das Frequenzrauschen $\delta\nu$ eines monochromatischen Laserstrahls wird über die LSD charakterisiert und ist insbesondere im Detektions-Fourier-Frequenzband interessant.

Um die Frequenz $\nu(t)$ eines Laserstrahls zu messen, braucht man eine Frequenzreferenz. In den beiden folgenden Abschnitten werden Messmethoden beschrieben, die zum einen einen Resonator und zum anderen einen Laserstrahl als Frequenzreferenz benutzen.

3.3.1. Referenz-Resonator

Die Resonanzfrequenzen der longitudinalen Moden eines optischen Resonators sind nur von der optischen Weglänge eines Umlaufs im Resonator abhängig. Definiert

man die optische Länge des Resonators als Normal, lässt sich daraus ein Frequenznormal ableiten.

Um einen Resonator also als absolute Frequenzreferenz nutzen zu können, muss die Umlauf-Weglänge so konstant wie möglich gehalten werden: Deshalb werden die Resonatoren üblicherweise aus Zerodur oder ULE[4] gefertigt, um Weglängenänderungen durch Temperaturschwankungen zu minimieren. Weiterhin wird der Resonator im Vakuum platziert, um optische Weglängenunterschiede durch Brechungsindex-Schwankungen der Luft auszuschließen und die Anregung der mechanischen Resonanzen durch Akustik zu verhindern. Die Finesse der Resonatoren wird möglichst groß gewählt, um schmale optische Resonanzen zu erhalten.

Pound-Drever-Hall Messverfahren

Die Laserfrequenz wird in Bezug auf eine Resonanzfrequenz des Referenz-Resonators nach dem Pound-Drever-Hall Verfahren gemessen [DHK+83, Bla01].

Bei diesem Verfahren wird die Phase des Laserstrahls moduliert. Dazu wird ein EOM verwendet, der über den Pockels-Effekt eine Phasenmodulation aufprägt [Yar75, ST91]. Die Modulationskreisfrequenz Ω ist dabei wesentlich größer als die Linienbreite des Resonators und der Modulationsindex $\Delta\phi$ sei klein. Der auf den Referenz-Resonator einfallende Laserstrahl kann dann wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{Ein}} &= E_0 \cdot \exp[i\omega t + i\Delta\phi \cdot \cos(\Omega t)] && (3.11)\\ &\approx E_0 \cdot \exp[i\omega t]\,(1 + i\Delta\phi\cos(\Omega t)) && (3.12)\\ &= E_0 \cdot \left(\exp[i\omega t] + \frac{i\Delta\phi}{2}\exp[i(\omega+\Omega)t] + \frac{i\Delta\phi}{2}\exp[i(\omega-\Omega)t]\right) && (3.13) \end{aligned}$$

Nun sei $\Delta\nu$ der Frequenzunterschied zwischen der optischen Frequenz $\omega/2\pi$ des Trägers und einer Resonanzfrequenz ν_n des Resonators. Ist der Frequenzunterschied klein $\Delta\nu \ll \nu_{\mathrm{LW}}$, so wird der Träger größtenteils in den Resonator eingekoppelt. Da die Modulationsfrequenz $\Omega/2\pi$ wesentlich größer als die Linienbreite ist, werden die Seitenbänder bei $\omega \pm \Omega$ kaum eingekoppelt. Das Licht im Resonator verlässt diesen mit einer Phasenverzögerung von $\xi = \arg(U_{\mathrm{Res}}(\varphi))$ (s. Gleichung 2.45) sowie einer Amplitude E_1 und überlagert sich mit dem reflektierten Anteil E_0' des einfallenden Strahls:

$$E_{\mathrm{Ref}} = E_0'\exp[i\omega t] + iE_0'\Delta\phi\exp[i\omega t]\cos(\Omega t) + E_1\exp[i\omega t + i\xi] \qquad (3.14)$$

[4] Zerodur und ULE sind Glaskeramiken mit besonders kleinem thermischen Ausdehnungskoeffizienten bei Raumtemperatur.

Um den Strahl in Reflektion des Resonators zu detektieren, wird nun eine Photodiode verwendet. Ein Bandpassfilter filtert alle spektralen Anteile, die nicht der Modualtionskreisfrequenz Ω entsprechen, aus dem Signal der Photodiode heraus:

$$P_{\mathrm{BP}} = |E_{\mathrm{Ref}}|^2_{\mathrm{BP}} = \frac{\Delta\phi E_0' E_1}{2} \sin(\xi) \cdot \cos(\Omega t) \tag{3.15}$$

Dieses Signal wird wiederum mit der Modulationskreisfrequenz Ω demoduliert: Dazu wird das Signal mit dem Modulationssignal $\cos(\Omega t)$ des EOMs phasengleich multipliziert und mit einem Tiefpassfilter zeitlich über mehrere Perioden gemittelt:

$$h = \left[\frac{\Delta\phi E_0' E_1}{2} \sin(\xi) \cdot \cos^2(\Omega t)\right]_{\mathrm{TP}} \tag{3.16}$$

$$= \frac{\Delta\phi E_0' E_1}{4} \cdot \sin(\xi) \tag{3.17}$$

Das letztlich gewonnene Signal h ist proportional zum Frequenzunterschied $\Delta\nu$:

$$h \propto \sin(\xi) = \sin\left(\arg(U_{\mathrm{Res}}(\varphi))\right) \approx -\frac{\mathcal{F}}{\pi}\varphi = -\frac{\mathcal{F}}{\pi}\frac{\Delta\nu}{2\pi} \cdot \nu_{\mathrm{FSR}} \tag{3.18}$$

Die Näherungen sind nur für kleine Frequenzabweichungen $\Delta\nu$ gültig. Deshalb wird die Frequenz des Lasersystems geregelt, um die Frequenzabweichung $\Delta\nu$ klein zu halten. Da die Transferfunktionen des Regelkreises bekannt sind, kann aus den Stell- und Fehlersignalen das Frequenzrauschen $\delta\nu(t) = \nu(t) - \nu_n$ in Bezug zur Resonanzfrequenz ν_n des Referenz-Resonators berechnet werden.

Messausrüstung

Die verwendeten EOMs sind vom Hersteller *New Focus, Inc.* und erzeugen eine Phasenmodulation bei einer Modulationsfrequenz von 12 MHz oder 29 MHz. Als Treiber werden Oszillatoren verwendet, die am Institut entwickelt wurden.

Die zur Detektion nötigen Photodioden stammen von der Firma *PerkinElmer* und werden mit einer ebenfalls am Institut entwickelten Elektronik betrieben. Die zur Demodulation benötigte Phasenschieber-Mischer-Einheit ist wie auch der Regelkreis am Institut entwickelt worden.

Eine typische Messung des Frequenzrauschens eines Lasersystems ist in Abb. 3.4 dargestellt und stammt aus [Bro99]. Die Empfindlichkeit der Messmethode wurde in dieser Arbeit nicht untersucht.

3.3.2. Schwebungsmessung

Als Frequenzreferenz kann auch die Frequenz eines anderen Laserstrahls dienen. Dazu überlagert man den Mess- und Referenzstrahl an einem Strahlteiler und misst die entstehende Schwebung mit einer Photodiode.

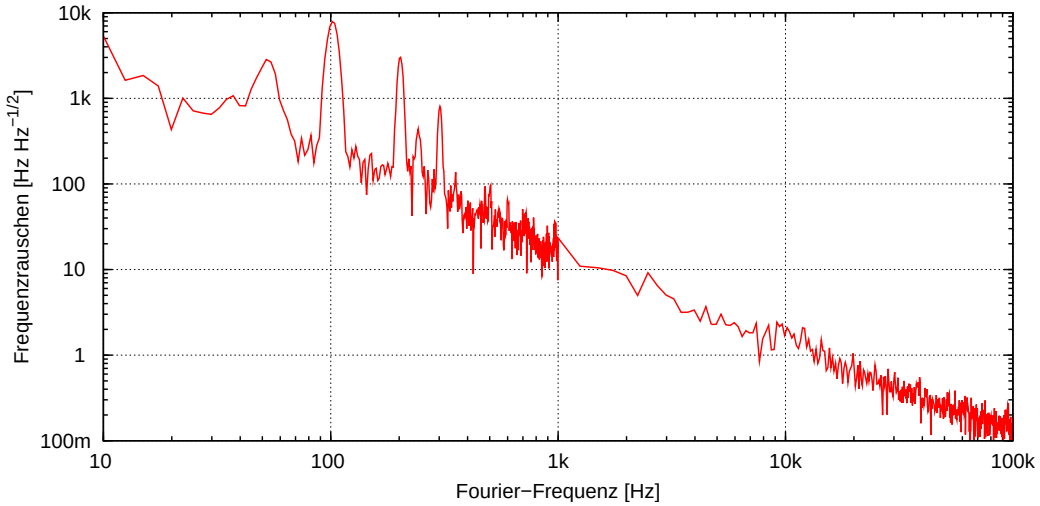


Abbildung 3.4.: Typische Frequenzrauschmessung eines unstabilisierten Lasersystems. Entnommen aus [Bro99].

Diese Methode wird benutzt, um das zusätzliche Frequenzrauschen zu messen, das durch Teilstufen eines Lasersystems erzeugt wird. Um bei einem Lasersystem eine hohe Ausgangsleistung kombiniert mit einer hohen freilaufenden Frequenzstabilität zu erreichen, werden mehrstufige Lasersysteme verwendet. Angefangen bei einem Laser mit geringer Ausgangsleistung, dafür aber hoher intrinsischer Frequenzstabilität, wird der Laserstrahl durch injektionsgekoppelte Laser oder durch Verstärker auf eine hohe Gesamtausgangsleistung gebracht. Dieses mehrstufige Verfahren macht allerdings nur Sinn, wenn die nachfolgenden Stufen die Frequenzstabilität der vorigen übernehmen, also kaum zusätzliches Frequenzrauschen hinzufügen.

Messverfahren

Bei der Schwebungsmessung wird der Strahl vor dem zu vermessenden Teilsystem als Frequenz- bzw. Phasenreferenz verwendet. Dazu spaltet man den Strahl vor dem Teilsystem mit einem Strahlteiler auf. Ein Teilstrahl passiert das Teilsystem wie üblich und der andere Teilstrahl wird mit dem Ausgangsstrahl des Teilsystems an einem weiteren Strahlteiler überlagert.

Man erhält letztlich ein Mach-Zehnder-Interferometer, in dessen einem Arm sich das Teilsystem befindet. Da der Strahl vor Eintritt in das Teilsystem als Referenz verwendet wird, spielt das Frequenzrauschen dieses Strahls kaum eine Rolle, weil immer versucht wird die beiden Arme des Interferometers gleichlang zu wählen (s. Abschnitt 2.4). Dadurch ist es möglich, zusätzliches Frequenzrauschen zu messen, das weit unter dem absoluten Frequenzrauschen des Referenzstrahls liegt. Die

Lichtleistung am Ausgang des Interferometers ist wie in Abschnitt 2.4 beschrieben für die Unterschiede der Phasenverschiebung in den beiden Armen sensitiv. Unter der Annahme, dass es keine zeitlich variierenden Phasenverschiebungen in dem Arm ohne Teilsystem gibt, misst man nur die Phasenfluktuationen die durch das Teilsystem erzeugt werden.

Die Phasenfluktuationen werden gemessen, indem das Interferometer auf einen Arbeitspunkt stabilisiert wird, bei dem die Lichtleistung am Ausgang der halben Maximalleistung entspricht. Dazu wird ein piezo-elektrisches Stellelement (PZT) verwendet, mit dem man auf elektronischem Wege eine Armlänge mikroskopisch verändern kann. Die Transferfunktion des zur Stabilisierung verwendeten Reglers ist bekannt und somit kann aus dem Stell- und dem Fehlersignal das Phasenrauschen berechnet werden. Das Frequenzrauschen ergibt sich durch Bilden der zeitlichen Ableitung der Phasenfluktuationen, was äquivalent zur Multiplikation der LSD des Phasenrauschens mit der Fourier-Frequenz f ist.

Messausrüstung

Eine fasergekoppelte Schwebungsmessung wurde auf einer leicht zu transportierenden Grundplatte aufgebaut. Die technische Dokumentation zu diesem Experiment befindet sich in Anhang A. Sie enthält den optischen Aufbau auf der Grundplatte, ein Blockdiagramm des Regelkreises, die gemessene Transferfunktion des Regelkreises und ein daraus abgeleitetes Pol-Nullstellen-Modell. Zudem beinhaltet sie Hinweise zur Kalibration, Projektionen der Rauschquellen und Referenzmessungen des Eigenrauschens des Experiments. Im Folgenden wird eine kurze Zusammenfassung gegeben, die die Eckdaten und das Eigenrauschen des Experiments beinhaltet:

Das Experiment ist auf einer $60\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm}$ großen Grundplatte aufgebaut und enthält den zweiten Strahlteiler vom Mach-Zehnder-Interferometer, der dazu dient die zwei Teilstrahlen wieder zu überlagern. Die beiden Teilstrahlen gelangen über einmodige, polarisationserhaltende Fasern auf die Grundplatte. Dementsprechend benötigt man noch zwei Strahlteiler, um vor und nach dem zu vermessenden Laser (bzw. Verstärker) Teilstrahlen auszukoppeln. Diese werden dann über Fasereinkoppler in die Fasern eingekoppelt. Der Regelkreis zur Stabilisierung des Interferometers hat eine Verstärkung von eins bei ca. 130 Hz. Die dazugehörige Elektronik des Regelkreises wurde am Institut entwickelt.

Messempfindlichkeit

Das Eigenrauschen des Experiments kann gemessen werden, indem der Laser bzw. Verstärker in dem einen Arm des Interferometers weggelassen wird. Bei einigen Lasersystemen ist diese Messung relativ einfach realisierbar. Bei anderen Systemen ist

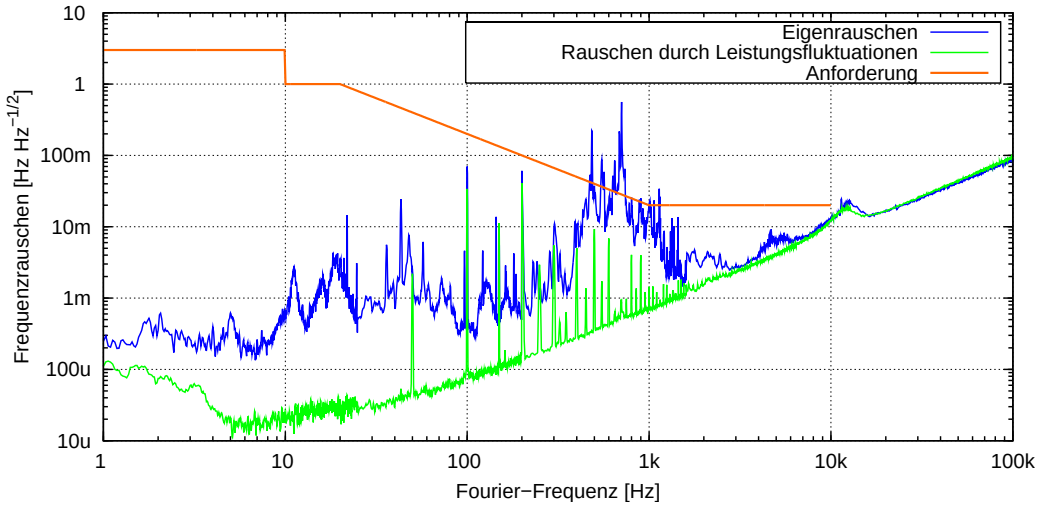


Abbildung 3.5.: Empfindlichkeit der Schwebungsmessung. Dargestellt sind das gemessene Eigenrauschen und eine Projektion der gemessenen Leistungsfluktuationen. Zur Einordnung des Niveaus ist die geforderte Frequenzstabilität von *Advanced LIGO* ebenfalls dargestellt.

ein Weglassen oder Ausschalten des Teilsystems nicht möglich, da z. B. thermische Linsen fehlen.

Deshalb wurde exemplarisch das Eigenrauschen gemessen, um dessen Größenordnung zu bestimmen: Der Ausgangsstrahl eines Lasers wurde hierzu an einem Strahlteiler aufgespalten und beide Teilstrahlen direkt in die Fasern eingekoppelt. Der genaue optische Aufbau ist in Anhang C.4 dokumentiert.

Einige Rauschquellen konnten beim Aufbau des Experiments gefunden und reduziert werden. Im akustischen Bereich wird das Eigenrauschen durch die Anregung von mechanischen Resonanzen der optischen Komponenten dominiert, die durch ihre Bewegung Phasenfluktuationen erzeugen. Bei hohen Frequenzen wird das Eigenrauschen durch Leistungsfluktuationen des Laserstrahls dominiert (s. Abschnitt 2.4). Das Eigenrauschen, das die Empfindlichkeit der Messung limitiert, ist in Abb. 3.5 dargestellt. Bis auf ein Fourier-Frequenzband von ca. 400 Hz bis 1 kHz ist die Messung empfindlicher als die absolute Frequenzstabilität, die von *Advanced LIGO* gefordert wird.

Es ist mit diesem Messaufbau also möglich festzustellen, ob ein Laserstrahl, der die geforderte Frequenzstabilität erfüllt, nach Transmission durch ein Teilsystem weiterhin die geforderte Frequenzstabilität hat. Im geplanten Lasersystem für *Advanced LIGO* wird ein Referenz-Resonator zur Frequenzstabilisierung verwendet. Hier ist es

besonders interessant, das zusätzliche Frequenzrauschen durch die optischen Komponenten zwischen dem Ausgangsstrahl und dem Resonator zu messen.

3.4. Strahlgeometrie

Unter der Strahlgeometrie eines Laserstrahls wird die räumliche Intensitätsverteilung des Strahls verstanden. Es gibt viele Parameter, mit denen sich die Strahlgeometrie charakterisieren lässt. Für Lasersysteme, die in Gravitationswellendetektoren eingesetzt werden sollen, bietet sich der Gauß'sche Strahlanteil als Parameter besonders an.

Die Gravitationswellendetektoren benutzen an vielen Stellen Resonatoren. Die Resonatoren werden auf eine Gauß'sche Mode stabilisiert. Demzufolge kann nur der Gauß'sche Strahlanteil eines Laserstrahls eingekoppelt werden. Der Gauß'sche Strahlanteil gibt also an, welcher Anteil der Ausgangsleistung des Lasersystems überhaupt genutzt werden kann.

Der Gauß'sche Strahlanteil ist die relative Leistung im Gauß'schen Strahl zur Gesamtleistung des Laserstrahls:

$$\frac{P_{\text{Gauß}}}{P_0} = |c_{0,0}|^2 \tag{3.19}$$

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Methoden vorgestellt, um die Strahlgeometrie zu untersuchen und den Gauß'schen Strahlanteil daraus zu bestimmen.

3.4.1. CCD-Kamera

Mithilfe einer CCD-Kamera lässt sich die Intensität des Ausgangsstrahls ortsaufgelöst messen. Eine CCD-Kamera besteht aus einem Raster aus kleinen lichtempfindlichen Zellen, den sogenannten Pixeln, die proportional zur auftreffenden Lichtenergie Ladung freisetzen. Wenn die CCD-Kamera kurz belichtet wird, ist das Signal der Pixel proportional zur Leistung und angesichts der kleinen Fläche auch proportional zur Intensität.

Die Intensität des Ausgangsstrahls lässt sich wie folgt schreiben:

$$I(\vec{r},t) = |E(\vec{r},t)|^2 = P(t) \cdot \left| \sum_{l,m} c_{l,m}(t) \cdot \Psi_{l,m}(\vec{r}) \right|^2 \tag{3.20}$$

$$\propto |c_{0,0}|^2 \cdot |\Psi_{0,0}|^2 + |c_{1,0}|^2 \cdot |\Psi_{1,0}|^2 + 2\Re\{c_{1,0}c_{0,0}^* \cdot \Psi_{1,0}\Psi_{0,0}^*\} + \cdots \tag{3.21}$$

Im Gegensatz zur komplexen Amplitude $\Psi_{l,m}$ sind die Funktionen $|\Psi_{l,m}|^2$ leider nicht mehr orthogonal. Der Koeffizient $|c_{0,0}|^2$ lässt sich also nur aus der Intensitätsverteilung $I(x,y)$ bestimmen, indem die gesamte Gleichung gelöst wird. Dies ist sehr aufwändig und wurde nicht verfolgt, da eine einfachere Methode zur Bestimmung von $|c_{0,0}|^2$ existiert, die in Abschnitt 3.4.3 vorgestellt wird.

Um dennoch einen Anhaltspunkt für den Gauß'schen Strahlanteil zu bekommen, kann man die Intensitätsverteilung eines Gauß'schen Strahls an die gemessene Intensitätsverteilung anpassen. $I_{\text{fit}}(x,y)$ sei die Intensitätsverteilung des am besten passenden Gauß'schen Strahls. Der Gauß'sche Fit G, der sich aus der Abweichung von I und I_{fit} berechnet, ist dann wie folgt definiert [Dat04]:

$$G = 1 - \frac{\int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\ |I(x,y) - I_{\text{fit}}(x,y)|}{\int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\, I_{\text{fit}}(x,y)} \tag{3.22}$$

Um einen Zusammenhang zwischen dem Wert G und dem Gauß'schen Strahlanteil zu schaffen, wurde numerisch der Gauß'sche Fit für folgende Strahlen bestimmt:

$$E_{\eta,l}(x,y) = \sqrt{1-\eta^2} \cdot \Psi_{0,0}(x,y) + \eta \cdot \Psi_{l,0}(x,y) \tag{3.23}$$

Offensichtlich beträgt der Gauß'sche Strahlanteil $P_{\text{Gauß}}/P_0 = 1 - \eta^2$. Die numerisch ermittelten Werte für G sind in Abb. 3.6 dargestellt. Man kann darin erkennen, dass es keinen einfachen Zusammenhang zwischen dem Gauß'schen Strahlanteil und dem Gauß'schen Fit gibt und dass die Kurven stark vom verwendeten HG Strahl abhängen.

Als CCD-Kamera wird die *WinCamD Classic* von der Firma *DataRay Inc.* verwendet. Sie enthält einen Silizium-CCD-Chip mit einer Auflösung von 1360×1024 Pixeln bei einer Pixelgröße von $4.65\,\mu\text{m} \times 4.65\,\mu\text{m}$. Die Signale des CCD-Chips werden mit einem 14-Bit A/D-Wandler digitalisiert.

Da die Kamera sehr empfindlich ist, wird der Ausgangsstrahl durch Auskoppler oder Prismen, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, abgeschwächt. Zusätzlich werden bei kleinen Lichtleistungen Graufilter verwendet.

Im sichtbaren Spektrum ist die Kamera ebenfalls empfindlich. Deshalb erlaubt die bei der Kamera mitgelieferte Software ein Subtrahieren des Messuntergrunds. Dazu wird der Strahl kurzzeitig geblockt, um den Untergrund zu messen.

Die Position der optischen Achse, die durch die Koordinaten (x_c, y_c) beschrieben ist, wird als Schwerpunkt der Intensitätsverteilung berechnet:

$$x_c = \frac{1}{P_0} \int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \cdot x \cdot I(x,y) \tag{3.24}$$

$$y_c = \frac{1}{P_0} \int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \cdot y \cdot I(x,y) \tag{3.25}$$

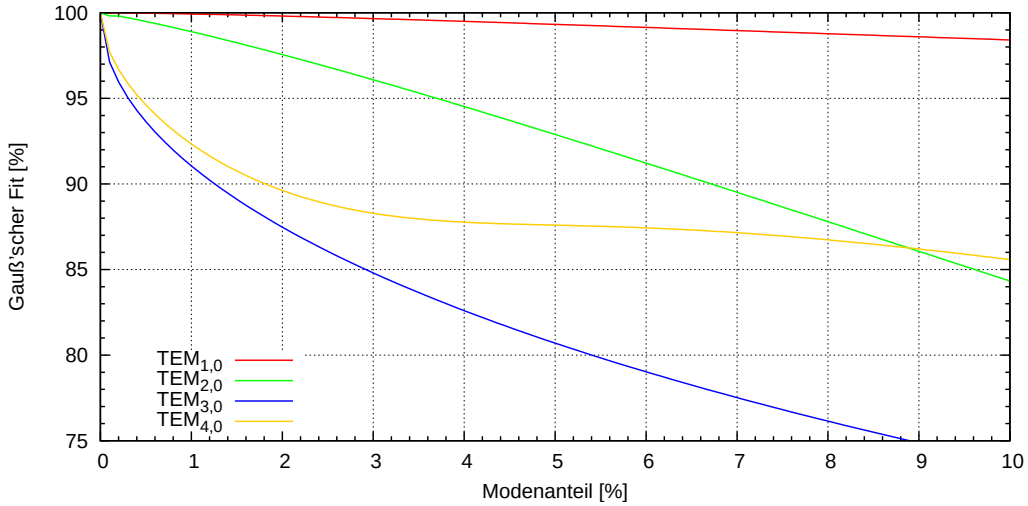


Abbildung 3.6.: Zusammenhang zwischen dem Gauß'schen Fit und dem Gauß'schen Strahlanteil. Es ist der Gauß'sche Fit für eine Beimischung $\eta^2 = 0 \ldots 0,1$ der ersten vier HG Strahlen dargestellt.

Anschließend wurde die Funktion I_{fit} mit dem Programm *gnuplot* [WK+04] an die Intensitätsverteilung I angepasst. Das Programm benutzt den Marquardt-Levenberg-Algorithmus, um die Parameter a und w des folgenden Modells an I anzupassen:

$$I_{\text{fit}}(x,y) = a \cdot \exp\left(-2\frac{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}{w^2}\right) \tag{3.26}$$

Aus dieser angepassten Intensitätsverteilung und der gemessenen wird dann wie oben beschrieben der Gauß'sche Fit G berechnet.

Eine typische Messung der Intensitätsverteilung ist in Abb. 3.7 dargestellt. Die Anpassung der Intensitätsverteilung ergab einen Strahlradius von $w = 451,27 \pm 0,08\mu$m und die Berechnung des Gauß'schen Fit ergab $G = 88\%$.

3.4.2. Strahldivergenz

Eine andere Methode, die Strahlgeometrie zu charakterisieren, ist, die Divergenz und den Strahltaillenradius des Ausgangsstrahls zu messen. Das Verhältnis der Strahldivergenz vom Ausgangsstrahl zu einem Gauß'schen Strahl mit gleichem Strahltaillenradius wird dann als Maß der Strahlqualität genutzt.

Der Strahlradius wurde bisher nur für den Gauß'schen Strahl als $w(z)$ definiert (s. Gleichung 2.3). Die Definition des Strahlradius' muss auf beliebige Ausgangsstrahlen

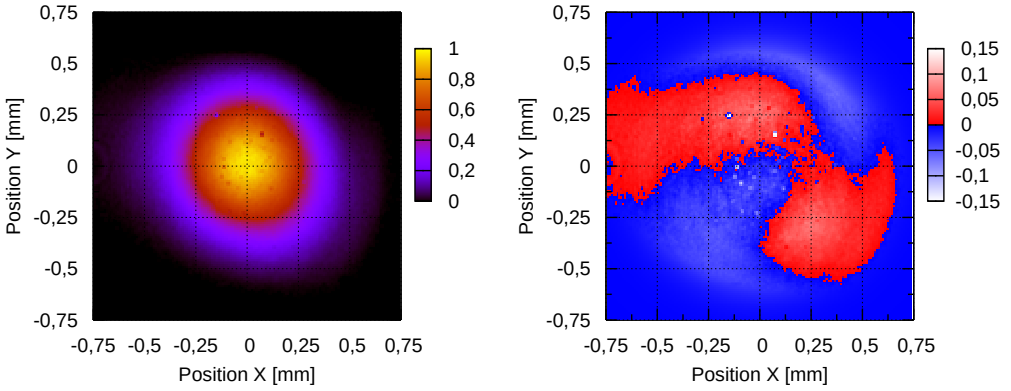


Abbildung 3.7.: Typische Intensitätsverteilung eines Laserstrahls und Abweichung von der Intensitätsverteilung eines Gauß'schen Strahls. Die Intensitätsverteilung ist in beliebigen Einheiten angegeben, jedoch vergleichbar mit denen der zweiten Graphik, die die Differenz zu einem Gauß'schen Strahl darstellt, der an die Verteilung angepasst wurde.

von Lasersystemen verallgemeinert werden, um im Folgenden die Größe M^2 zu definieren und ihren Zusammenhang mit HG bzw. LG Strahlen aufzuzeigen.

Der verallgemeinerte Strahlradius $W(z)$ ist definiert über die Varianz $\sigma^2(z)$ der transversalen Intensitätsverteilung $I(x, y)$ [Sie90]:

$$W(z) = \sqrt{2} \cdot \sigma(z) \tag{3.27}$$

$$\sigma^2(z) = \int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \left[(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2\right] \cdot \frac{I(x, y, z)}{P_0} \tag{3.28}$$

Dabei bezeichnet x_c, y_c wieder den Schwerpunkt der Intensitätsverteilung wie er in Gleichung 3.24 und 3.25 definiert ist. Für einen Gauß'schen Strahl gilt $W(z) = w(z)$. Für einen beliebigen Laserstrahl in der paraxialen Näherung gilt folgende Beziehung für den Strahlradius:

$$W(z) = W_0 \cdot \sqrt{1 + M^4 \cdot \left(\frac{z}{Z_0}\right)^2} \tag{3.29}$$

Über diese Gleichung lässt sich der Faktor M^2 definieren. Der verallgemeinerte Strahltaillenradius wird mit W_0 bezeichnet. Die verallgemeinerte Rayleighlänge Z_0 ist dann analog zu Gleichung 2.4 definiert:

$$Z_0 = \frac{W_0^2 \pi}{\lambda} \tag{3.30}$$

Der halbe Divergenzwinkel Θ_D dieses Strahls ergibt sich wie folgt:

$$\Theta_D \approx \lim_{z \to \infty} \frac{W(z)}{z} = M^2 \cdot \frac{W_0}{Z_0} = M^2 \cdot \frac{\lambda}{\pi W_0} \tag{3.31}$$

Der Divergenzwinkel des beliebigen Laserstrahls ist um den Faktor M^2 größer als der Divergenzwinkel eines Gauß'schen Strahls mit dem gleichen Strahltaillenradius $w_0 = W_0$.

$$M^2 = \frac{\Theta_D}{\theta_d} \tag{3.32}$$

Mithilfe einer CCD-Kamera kann nun der verallgemeinerte Strahlradius $W(z)$ des Ausgangsstrahls des Lasersystems an mehreren Stellen gemessen werden. Anschließend kann durch eine Anpassung an das Modell der Strahltaillenradius W_0 und insbesondere der Faktor M^2 bestimmt werden.

Der Faktor M^2 lässt sich für einen beliebigen Strahl, der nach HG Strahlen entwickelt ist, auch berechnen:

$$M^2 = \sum_{n,m} (n + m + 1) |c_{n,m}|^2 \tag{3.33}$$

Hieran erkennt man, dass man den Gauß'schen Strahlanteil $|c_{0,0}|^2$ aus dem M^2-Faktor nur bestimmen kann, wenn man die Ordnung und die relativen Leistungsverhältnisse der HG Strahlen höherer Ordnung kennt.

Nimmt man an, dass der Ausgangsstrahl eine Überlagerung von einem Gauß'schen Strahl und einem HG Strahl der Ordnung g ist, so lässt sich aus dem M^2-Faktor der Gauß'sche Strahlanteil berechnen:

$$M^2 = |c_{0,0}|^2 + (g+1) \cdot |c_{g,0}|^2 \quad \Rightarrow \tag{3.34}$$

$$\frac{P_{\text{Gauß}}}{P_0} = \frac{1 + g - M^2}{g} \tag{3.35}$$

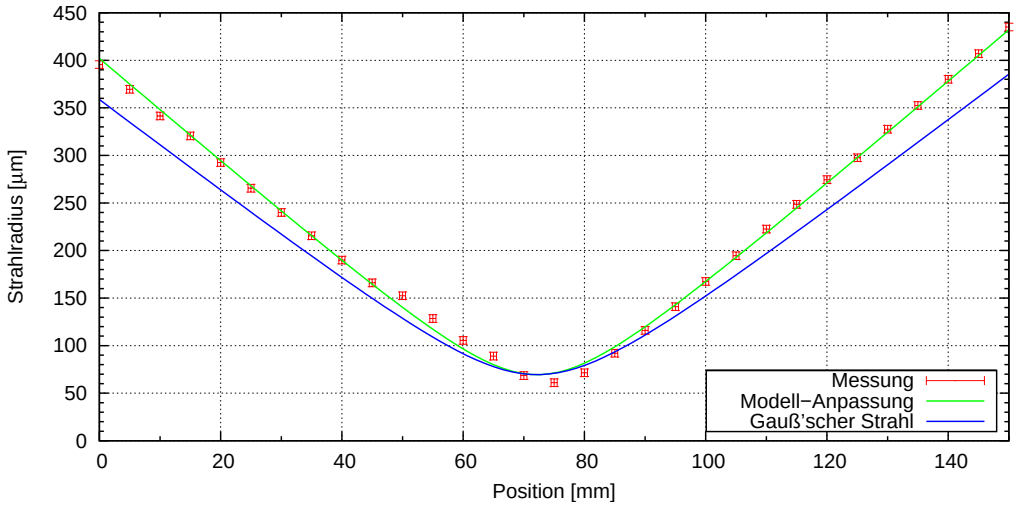


Abbildung 3.8.: Typische Strahldivergenz eines Laserstrahls. Der M^2-Faktor wurde zu $M^2 = 1,12 \pm 0,04$ angepasst. Dies entspricht einem minimalen Gauß'schen Strahlanteil von 88%. Zum Vergleich ist ein Gauß'scher Strahl mit gleichem Strahltaillenradius dargestellt.

Für einen beliebigen Laserstrahl von dem nur der M^2-Faktor bekannt ist, kann zumindest eine untere Grenze für den Gauß'schen Strahlanteil berechnet werden, indem $g = 1$ gewählt wird:

$$\frac{P_{\text{Gauß}}}{P_0} \geq 2 - M^2 \tag{3.36}$$

Eine obere Grenze lässt sich nicht ableiten, da für $g \to \infty$ der Gauß'sche Strahlanteil gegen 1 strebt.

Die im vorherigen Abschnitt beschriebene CCD-Kamera wird benutzt, um den verallgemeinerten Strahlradius an äquidistanten Stellen entlang der optischen Achse zu messen. Hierbei ist es besonders wichtig den Messuntergrund zu subtrahieren, da die Berechnung des verallgemeinerten Strahlradius' sonst verfälscht wird. Das Programm *gnuplot* wird verwendet, um $W(z)$ an die Messdaten anzupassen und daraus den Strahltaillenradius W_0 und den M^2-Faktor zu bestimmen. Die genaue Verfahrensweise zur Messung des M^2-Faktors ist im Standard ISO-11146 [ISO99] festgelegt.

In Abb. 3.8 ist eine typische Messung dargestellt. Der Strahlradius wurde alle 5 mm an insgesamt 31 Stellen gemessen. Es ergibt sich ein M^2-Faktor von $M^2 = 1,12 \pm 0,04$.

Neben dem zufälligen Fehler von $\pm 0,04$ ist der systematische Fehler schwer abzuschätzen, wird aber wahrscheinlich durch den Fehler bei der Messung des verallgemeinerten Strahlradius' dominiert. Die verwendete Kombination aus CCD-Kamera und Software zeigte z. B. eine leichte Abhängigkeit des ermittelten Strahlradius' von der Lichtleistung auf der CCD-Kamera.

3.4.3. Modenabtastung

Schließlich kann man einen optischen Resonator verwenden, um die Anteile der HG Strahlen im Laserstrahl zu messen: Die Resonanzfrequenzen der HG Moden sind abhängig von der Ordnung der Moden. Misst man die in den Resonator eingekoppelte Leistung in Abhängigkeit der Resonanzfrequenzen, kann man daraus die Anteile der HG Moden berechnen. Die Länge des Resonators wird mikroskopisch variiert, um die Resonanzfrequenzen des Resonators zu verschieben.

Eine Mode im Resonator kann nur angeregt werden, wenn der anregende Laserstrahl die passende Frequenz ν besitzt und die transversale Feldverteilung mit der Mode übereinstimmt. Da die HG Moden orthogonal sind, haben verschiedene Moden keine integrale Überlappung der transversalen Feldverteilung. Folglich kann eine Mode $\Psi_{l,m}$ im Resonator nur durch einen Hermite-Gauß'schen Strahl $\Psi_{l,m}$ angeregt werden. Die Phase, die ein HG Strahl bei einem Umlauf im Resonator erfährt, ist nach Gleichung 2.35:

$$\varphi_{l,m} = -k \cdot l_R + \zeta_0(1 + l + m) + l \cdot \pi \tag{3.37}$$

Die Feldverteilung im Resonator berechnet sich dann nach Gleichung 2.42, wenn dieser von einem nach Gleichung 3.1 beschriebenen Laserstrahl angeregt wird:

$$U(l_R) \propto \sum_{l,m} c_{l,m} \cdot \Psi_{l,m} \cdot \frac{1}{1 - r \cdot \exp(\varphi_{l,m}(l_R))} \tag{3.38}$$

Da die HG Moden orthogonal sind, ergibt sich die Leistung im Resonator wie folgt:

$$P(l_R) = \int \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,|U(l_R)|^2 \propto \sum_{l,m} \frac{|c_{l,m}|^2}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\varphi_{l,m}(l_R)/2)} \tag{3.39}$$

Die Leistung $P(l_R)$ im Resonator ändert sich schon bei mikroskopischer Längenänderung der Umlauflänge des Resonators. Die Länge des Resonators sei wie folgt zusammengesetzt:

$$l_R = l_0 + l_\epsilon \qquad \text{mit} \qquad |l_\epsilon| \lessapprox \lambda \tag{3.40}$$

l_0 ist die konstante makroskopische Umlauflänge des Resonators, wohingegen die mikroskopische Länge durch l_ϵ ausgedrückt wird. Bei der Modenabtastung wird l_ϵ um wenige Wellenlängen λ verändert. Die Abhängigkeit der Gouyphase bei einem Umlauf ζ_0 von l_ϵ wird vernachlässigt und wird für einen Resonator mit der Umlauflänge l_0 berechnet. Das Argument von der $\sin^2$-Funktion in Gleichung 3.39 kann dann wie folgt umgeschrieben werden:

$$\sin^2(\varphi_{l,m}(l_R)/2) = \sin^2\left(\varphi_{l,m}(l_0)/2 - \frac{\pi}{\lambda}\cdot l_\epsilon\right) = \sin^2\left(\ldots - \frac{\pi\nu_R}{\nu_{\mathrm{FSR}}}\right) \quad (3.41)$$

$$\nu_R = \frac{l_\epsilon}{\lambda}\cdot\nu_{\mathrm{FSR}} = \frac{l_\epsilon}{\lambda}\cdot\frac{c}{l_0} \quad (3.42)$$

Im Weiteren wird statt der Längenänderung l_ϵ die Frequenz ν_R benutzt, die die Verschiebung der Resonanzfrequenzen näherungsweise beschreibt.

Die Idee der Modenabtastung besteht nun darin, die Leistung $P(\nu_R)$ im Resonator in Abhängigkeit der Resonanzfrequenzverschiebung ν_R zu messen. Die Leistung im Resonator wird indirekt mit einer Photodiode in Transmission[5] gemessen. Aus den Frequenzpositionen und den Werten der Leistungsmaxima von $P(\nu_R)$ lassen sich dann die Modenordnung $g = l + m$ und die folgende Summe p_g bestimmen:

$$p_g = \sum_{l=0}^{g} |c_{l,g-l}|^2 \quad (3.43)$$

Da die Resonanzfrequenz der HG Moden nur von der Ordnung abhängt, entarten Moden mit gleicher Ordnung und man kann nur die Summe der Leistung dieser Modengruppe bestimmen.

PZT-Kalibration

Ein PZT wird verwendet, um die Länge des verwendeten Drei-Spiegel-Resonators mikroskopisch zu ändern. Die Ausdehnung des PZTs ändert sich je nach angelegter Spannung. Dadurch wird die Umlauflänge des Resonators geändert. Die Ausdehnung hängt nicht linear von der Spannung ab und weist zudem eine Hysterese auf. Deswegen ist es nötig, den PZT zu kalibrieren, sodass man aus der angelegten Spannung U_{PZT} die Umlauflängenänderung l_ϵ oder direkt die Resonanzfrequenzverschiebung ν_R bestimmen kann. Gesucht ist also die Kalibrationsfunktion $\nu_R(U_{\mathrm{PZT}})$.

[5] Man kann auch die Leistungsabnahme in Reflektion des Resonators messen. Durch Leistungsrauschen des Lasers ist dort allerdings das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei leistungsschwachen höheren Moden schlechter.

Der PZT wird folgendermaßen kalibriert: Ein Dreieckssignal für U_{PZT} verändert die Resonanzfrequenzen periodisch. Dabei wird die Amplitude so gewählt, dass die Resonanzfrequenzen um mindestens zwei freie Spektralbereiche verschoben werden. Ein Laserstrahl mit hohem Gauß'schen Strahlanteil wird in den Resonator eingekoppelt und die transmittierte Leistung wird mithilfe einer Photodiode detektiert. Nun wird die Frequenz des Laserstrahls langsam gegenüber dem Dreieckssignal verändert. Es wird angenommen, dass die Laserfrequenz während einer Periode von U_{PZT} als konstant betrachtet werden kann. Die Spannung am PZT U_{PZT} und das Signal der Photodiode werden mit einer A/D-Wandlerkarte solange aufgezeichnet, bis die Frequenz des Lasers sich um mindestens einen FSR verschoben hat.

Mithilfe eines dafür entwickelten Programms werden die Spannungen am PZT ermittelt, bei denen ein deutliches Transmissionsmaximum im Photodiodensignal auftritt. Da der eingekoppelte Laserstrahl einen großen Gauß'schen Strahlanteil besitzt, lassen sich durch einen Grenzwert im Programm leicht nur die Transmissionsmaxima der Gauß'schen Mode auswerten. Zwischen zwei benachbarten Transmissionsmaxima wurden die Resonanzfrequenzen des Resonators um einen FSR verschoben. Da die Amplitude des Dreieckssignals so gewählt wurde, dass die Frequenzen um mindestens zwei FSR verschoben werden, gibt es auf jeder Halbperiode (im Folgenden auch Rampe des Dreieckssignal genannt) mindestens zwei Transmissionsmaxima (s. Abb. 3.9).

Im Folgenden seien die Spannungen am PZT, an denen zwei benachbarte Transmissionsmaxima vorliegen, mit $U_{n,1}$ und $U_{n,2}$ bezeichnet. Die soweit ausgewerteten Daten sind in Abb. 3.10 dargestellt. Dabei nummeriere n die einzelnen Rampen. Die Kalibrationsfunktion ν_R muss folgende Bedingung erfüllen:

$$\nu_R(U_{n,1}) - \nu_R(U_{n,2}) \stackrel{!}{=} \nu_{\mathrm{FSR}} \tag{3.44}$$

Diese Bedingung muss für alle Rampen gelten, wobei aufgrund der Hysterese fallende und steigende Rampen separat behandelt werden. Mit der Annahme, dass die Kalibrationsfunktion ν_R eine glatte Funktion ist, lässt sie sich durch ein Polynom $\nu_P(U_{\mathrm{PZT}})$ approximieren. Man erhält ein überbestimmtes Gleichungssystem für ν_P, womit sich ν_P berechnen lässt. Die Ordnung des Approximationspolynoms wird schrittweise solange erhöht, bis sich der Kurvenverlauf kaum mehr ändert (s. Abb. 3.11).

Die Kalibration ist von der Amplitude des Dreieckssignals, von der Frequenz und vom Offset[6] abhängig. Die ermittelten Kalibrationspolynome sind in Abb. 3.12 dargestellt. Jedes Kalibrationspolynom wurde aus ca. 3000 bis 8000 gemessenen Spannungsdifferenzen berechnet.

[6] Als Offset wird die mittlere Spannung am PZT bezeichnet.

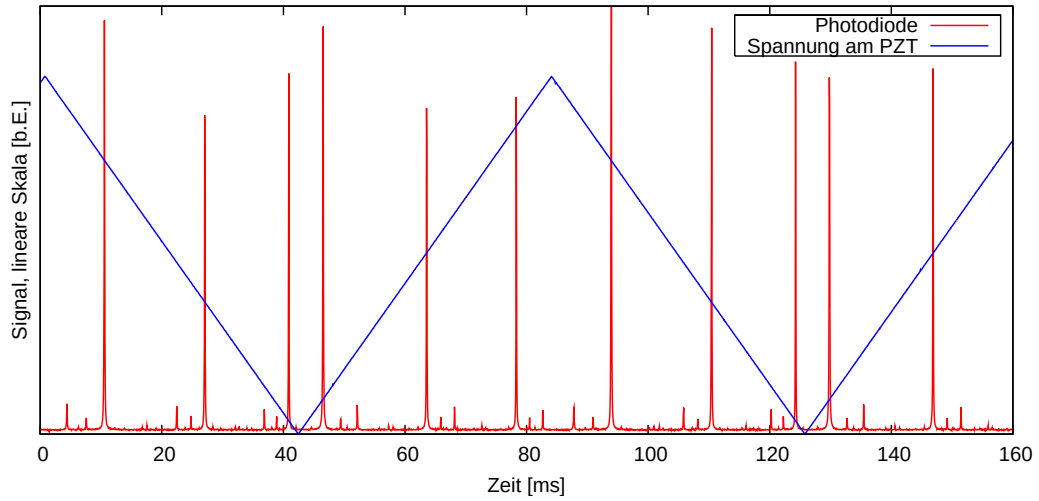


Abbildung 3.9.: Ausschnitt aus den Kalibrationszeitdaten. (Die Höhen der Maxima können aufgrund der niedrigen Samplingrate nicht vollständig aufgelöst werden.)

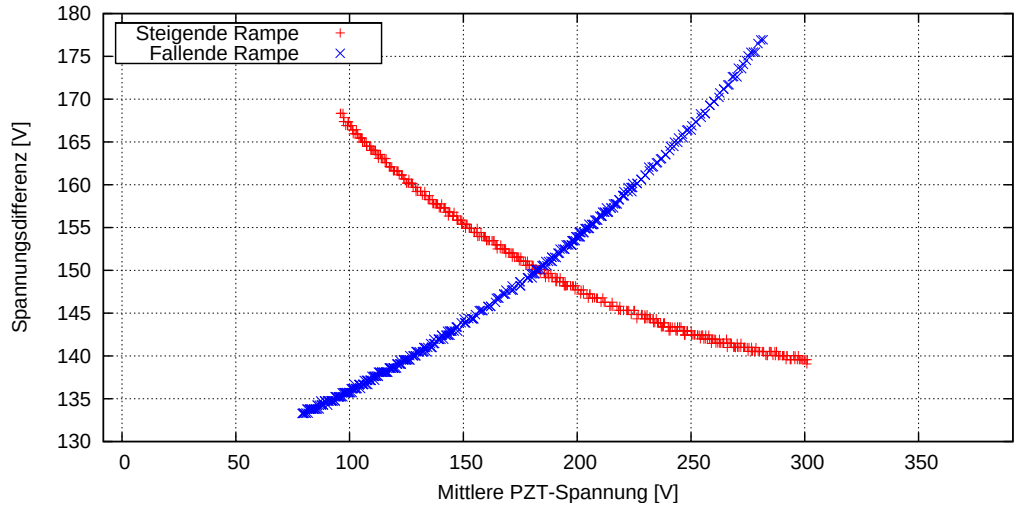


Abbildung 3.10.: Teilweise ausgewertete Kalibrationsdaten. Als *mittlere PZT-Spannung* wird die Spannung $(U_{n,1} + U_{n,2})/2$ und als *Spannungsdifferenz* $U_{n,1} - U_{n,2}$ bezeichnet.

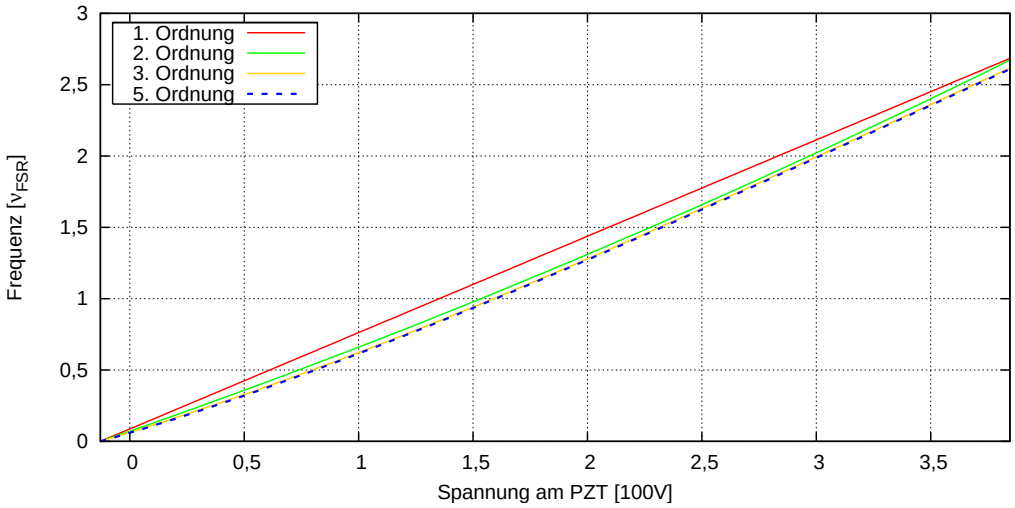


Abbildung 3.11.: Vergleich von verschiedenen Kalibrationspolynom-Ordnungen.

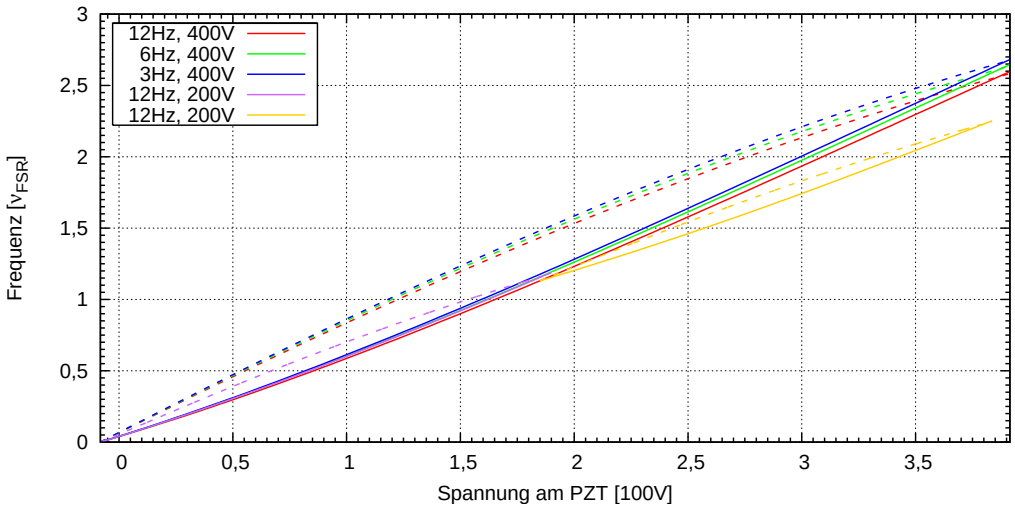


Abbildung 3.12.: Kalibrationspolynome für verschiedene Frequenzen, Amplituden und Offsets des Dreieckssignals am PZT. Die Polynome für die fallende Rampe sind jeweils gestrichelt dargestellt.

Es wurden auch Kalibrationspolynome für ein Dreieckssignal mit einer Amplitude von ungefähr einem FSR bestimmt. Dazu wurde folgende Variante des beschriebenen Verfahrens benutzt:

Da bei einer Amplitude von ungefähr einem FSR meistens nur ein Transmissionsmaxima der Gauß'schen Mode auf einer Rampe vorhanden ist, wurde die Einkopplung des Resonators absichtlich dejustiert, sodass die Transmissionsmaxima der $\mathrm{TEM}_{1,0}$ und $\mathrm{TEM}_{0,1}$ Moden sicher vom Programm detektiert werden konnten. Der Frequenzabstand dieser beiden Moden bei einem Drei-Spiegel-Resonator ist genau ein halber FSR. Damit sind auf jeder Rampe wieder zwei Transmissionsmaxima vorhanden, deren Frequenzabstand bekannt ist.

Auswertung

Eine Modenabtastung eines beliebigen Laserstrahls wird dann folgendermaßen durchgeführt: Der Laserstrahl wird in den Resonator eingekoppelt. Die Resonanzfrequenzen des Resonators werden mit einer Dreiecksspannung am PZT verschoben und gleichzeitig wird die transmittierte Leistung mit einer Photodiode aufgenommen. Über die Kalibrationsfunktion kann die Spannung am PZT in eine Resonanzfrequenzverschiebung ν_R umgerechnet werden und man erhält eine Messung für $P(\nu_R)$. Eine typische Messung ist in Abb. 3.13 dargestellt.

Die Peaks der Gauß'schen Mode sind dort deutlich erkennbar. Die übrigen HG Moden haben Peaks bei anderen Frequenzen ν_R. Aus der Frequenzposition der Peaks relativ zum Peak der Gauß'schen Mode lässt sich die Ordnung $g = l + m$ der Modengruppe bestimmen. Moden mit gleicher Ordnung können noch zwischen l gerade und l ungerade unterschieden werden, da die Resonanzfrequenz unterschiedlich ist. g_e sei dann eine Modenordnung mit geradem l und g_o analog eine mit ungeradem l. Die Definition der in Gleichung 3.43 eingeführten Parameter p_g sei dann wie folgt erweitert:

$$p_{g_e} = \sum_{\substack{l=0 \\ l \text{ gerade}}}^{g} |c_{l,g-l}|^2 \qquad p_{g_o} = \sum_{\substack{l=0 \\ l \text{ ungerade}}}^{g} |c_{l,g-l}|^2 \qquad p_g = p_{g_e} + p_{g_o} \tag{3.45}$$

Die Parameter p_{g_e} und p_{g_o} werden über ein lineares Gleichungssystem aus dem theoretischen Modell für $P(\nu_R)$ bestimmt. Dazu lässt sich $P(\nu_R)$ wie folgt umschreiben:

$$\begin{aligned} P(\nu_R) \quad \propto \quad & \sum_{g_e} \frac{p_{g_e}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\varphi_{g_e}/2 - \pi\nu_R/\nu_{\mathrm{FSR}})} + \\ & \sum_{g_o} \frac{p_{g_o}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\varphi_{g_o}/2 - \pi\nu_R/\nu_{\mathrm{FSR}})} \end{aligned} \tag{3.46}$$

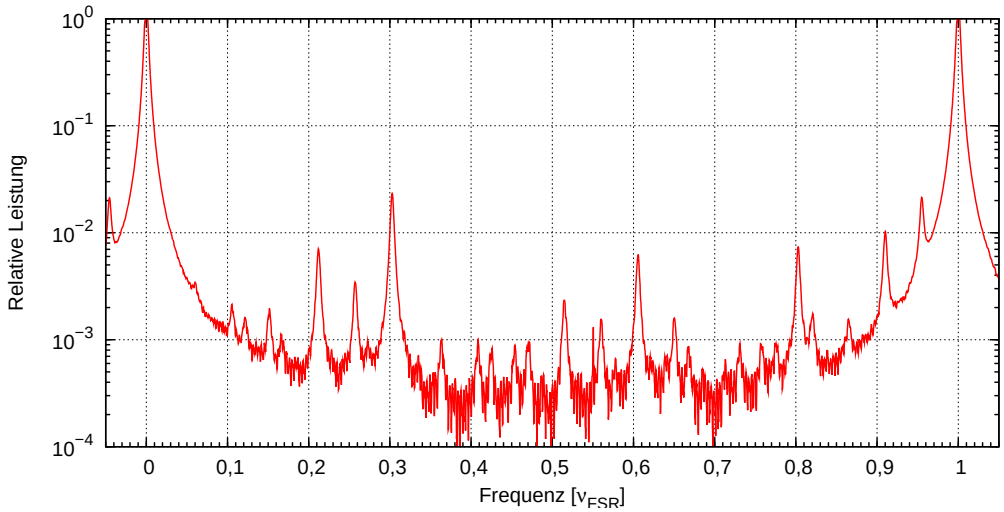


Abbildung 3.13.: Modenabtastung eines Laserstrahls. Die Graphik zeigt die Messung von $P(\nu_R)$, wobei die Leistung auf die der Gauß'schen Mode normiert wurde.

Aus der Position der Peaks kennt man $g_{e/o}$ und damit auch $\varphi_{g_{e/o}}$. Wertet man diese Gleichung für alle Modengruppen $g_{e/o}$ bei $P(\nu_{g_e})$ und $P(\nu_{g_o})$ aus, erhält man ein lineares Gleichungssystem, aus dem sich die Parameter p_{g_e} und p_{g_o} bestimmen lassen. Zur Normierung wird folgende Gleichung benutzt:

$$\sum_{g_e} p_{g_e} + \sum_{g_o} p_{g_o} = \sum_{l,m} |c_{l,m}|^2 = 1 \tag{3.47}$$

Aus der Modenabtastung kann also der Gauß'sche Strahlanteil bestimmt werden:

$$\frac{P_{\text{Gauß}}}{P_0} = |c_{0,0}|^2 = p_{g_e=0} \tag{3.48}$$

Da man die Leistung in den Modengruppen $p_{g_{e/o}}$ kennt, kann man den M^2-Faktor des Strahls ebenfalls berechnen:

$$M^2 = \sum_g (g+1)(p_{g_e} + p_{g_o}) \tag{3.49}$$

Die Auswertung einer Modenabtastung von Hand ist relativ aufwändig. Deshalb wurde ein Programm entwickelt, dass diese Auswertung automatisiert. Im Folgenden wird kurz auf Filtertechniken eingegangen, die im Programm benutzt werden, um das gemessene Transmissionssignal zu entrauschen und anschließend wird kurz der verwendete Auswertalgorithmus vorgestellt.

Filter

Die Frequenzpositionen $\nu_{g_{e/o}}$ der Transmissionsmaxima der HG Moden werden über die Nullstellen der Ableitung des Signals $P(\nu_R)$ ermittelt. Da das Signal jedoch verrauscht ist, muss es vorher gefiltert werden [KP01].

Ein beliebiges gemessenes Signal $h(\nu)$ kann als Überlagerung von einem eigentlichen Signal $h_0(\nu)$ und von unerwünschtem Rauschen $n(\nu)$ dargestellt werden.

$$h(\nu) = h_0(\nu) + n(\nu) \tag{3.50}$$

Kennt man die spektrale Verteilung des eigentlichen Signals und des Rauschens, kann man sehr gezielt das gemessene Signal filtern, um möglichst viel Rauschen zu unterdrücken und das eigentliche Signal dabei kaum zu verändern. Dazu unterdrückt man die spektralen Anteile, bei denen das Rauschen dominant ist.

Das eigentliche Signal $h_0(\nu)$[7] ist relativ gut bekannt: es besteht aus einer Superposition von Airy-Funktionen mit unterschiedlicher maximaler Leistung p_j und unterschiedlicher Position ν_j.

$$h_0(\nu) = \sum_j \frac{p_j}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\pi(\nu - \nu_j))} \tag{3.51}$$

Die spektrale Verteilung vom eigentlichen Signal kann nun mithilfe dieses Modells bestimmt werden. Um die spektrale Verteilung jedoch als einen algebraischen Ausdruck schreiben zu können, wird eine Näherung $h_1(\nu)$ für $h_0(\nu)$ verwendet:

$$h_1(\nu) = \sum_j \frac{p_j}{1 + 4\mathcal{F}^2(\nu - \nu_j)^2} \approx h_0(\nu) \tag{3.52}$$

Die Näherung $h_1(\nu)$ besteht aus einer Superposition von Lorentz-Funktionen[8]. Ein Vergleich von einem Maximum der Airy-Funktion und der Lorentz-Funktion ist in Abb. 3.14 dargestellt.

Über die Fourier-Transformation ergibt sich nun die spektrale Verteilung von $h_1(\nu)$:

$$H_1(f) = \mathcal{FT}\{h_1(\nu)\} = \sum_j \mathcal{FT}\left\{\frac{p_j}{1 + 4\mathcal{F}^2\nu^2}\right\} \exp(i2\pi\nu_j f) \tag{3.53}$$

$$= \frac{\pi}{2\mathcal{F}} \exp(-\pi|f|/\mathcal{F}) \sum_j p_j \exp(i2\pi\nu_j f) \tag{3.54}$$

[7] ν ist hier die relative Resonanzfrequenz bezogen auf einen freien Spektralbereich ν_{FSR}.

[8] Das Transmissionssignal wird zur Modenabtastung in nur einem FSR untersucht, weshalb die durch die Näherung wegfallende Periodizität des eigentlichen Signals keine Rolle spielt.

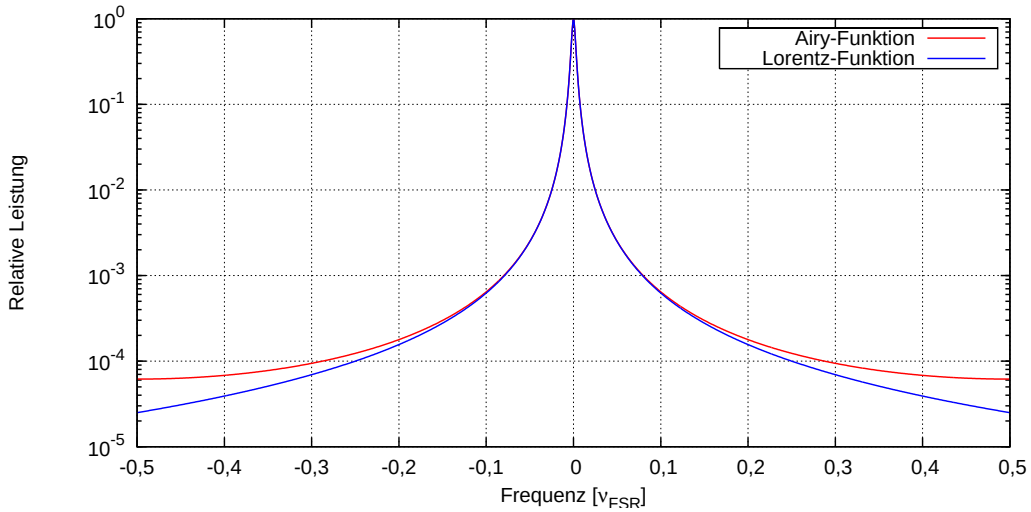


Abbildung 3.14.: Vergleich von einer Airy-Funktion ($\mathcal{F} = 200$) mit der Lorentz-Funktion-Näherung.

Die Parameter p_j und ν_j vom gemessenen Signal sind nicht bekannt und sollen ja letztendlich daraus bestimmt werden. Für ein beliebiges Signal der Form $h_1(\nu)$ weiß man, dass der Betrag des Spektrums mit einer Exponential-Funktion zu höheren Fourier-Frequenzen hin abnimmt:

$$|H_1(f)| \leq \frac{\pi}{2\mathcal{F}} \exp(-\pi|f|/\mathcal{F}) \sum_j p_j \tag{3.55}$$

Überträgt man dieses Ergebnis für die Näherung $h_1(\nu)$ auf das eigentliche Signal $h_0(\nu)$, hat man die spektrale Verteilung hinreichend charakterisiert, um im Folgenden die gemessenen Signale filtern zu können.

Zur Demonstration wird aus einem berechneten Signal $h_0(\nu)$ durch Addition von weißem Rauschen $n(\nu)$ ein verrauschtes Signal $h(\nu)$ gewonnen (s. Abb. 3.15). Die spektrale Verteilung dieses Signals ist zusammen mit der berechneten Einhüllenden für das eigentliche Signal und der bekannten spektralen Verteilung des Rauschens in Abb. 3.16 dargestellt. Man erkennt deutlich, ab welcher Fourier-Frequenz f_n das Rauschen das eigentliche Signal überdeckt.

Ziel beim Filtern ist nun, die spektralen Anteile mit $f > f_n$ und $f < -f_n$ zu unterdrücken. Eine Gewichtsfunktion $A(f)$ beschreibt den Filter: Das Spektrum $H(f)$ wird mit dieser Gewichtsfunktion multipliziert, um ein gefiltertes Spek-

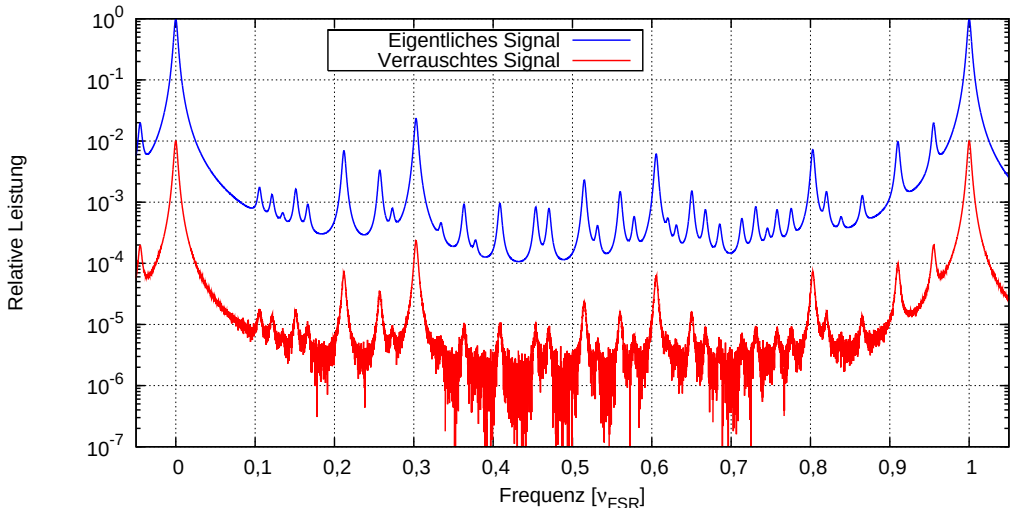


Abbildung 3.15.: Das eigentliche Signal und durch Addition von weißem Rauschen künstlich verrauschte Signal (zur besseren Unterscheidung in der Graphik nach unten verschoben).

trum $H'(f) = A(f) \cdot H(f)$ zu erhalten. Aus H' wird mit einer inversen Fourier-Transformation das gefilterte Signal $h'(\nu)$ berechnet.

$$h(\nu) \xrightarrow{\mathcal{FT}} H(f) \xrightarrow{\cdot A} H'(f) \xrightarrow{\mathcal{FT}^{-1}} h'(\nu) \tag{3.56}$$

Die Multiplikation der Gewichtsfunktion $A(f)$ mit dem Spektrum $H(f)$ entspricht einer Faltung des Signals $h(\nu)$ mit der Funktion $a(\nu) = \mathcal{FT}^{-1}\{A(f)\}$. Man würde das gefilterte Signal also auch über eine Faltung mit $a(\nu)$ erhalten.

$$h'(\nu) = h(\nu) * a(\nu) \tag{3.57}$$

Zwei Filterfunktionen $A(f)$ sind nun näher betrachtet:

- Die einfachste Form von $A(f)$ ist eine Stufenfunktion bei der Fourier-Frequenz f_n. Dieser Filter wird auch optimaler Filter genannt. Filtern mit einer Stufenfunktion entspricht der Faltung des Signals mit einer sinc-Funktion[9]. Der Filter eliminiert nur die spektralen Anteile die vom Rauschen dominiert sind und verändert dadurch das eigentliche Signal kaum.

$$A_{\text{Stufe}}(f) = \begin{cases} 0, & \text{für} \quad |f| > f_n \\ 1, & \text{für} \quad |f| \leq f_n \end{cases} \tag{3.58}$$

[9] $\text{sinc}(x) = \lim_{x' \to x} \frac{\sin x'}{x'}$

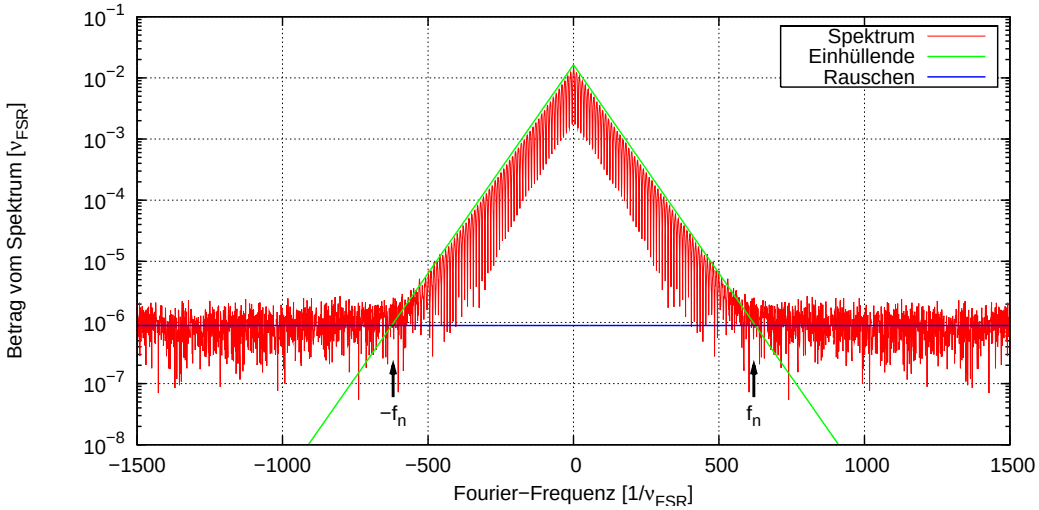


Abbildung 3.16.: Spektrum des künstlich verrauschten Signals. Die berechnete Einhüllende für das eigentliche Signal und der Betrag des weißen Rauschens sind ebenfalls dargestellt. Ab einer Fourier-Frequenz f_n dominiert das Rauschen.

- Verwendet man eine Gauß-Funktion für $A(f)$, so entspricht dies einer Faltung des Signals mit einer Gauß-Funktion. Hierbei werden auch spektrale Anteile vom eigentlichen Signal unterdrückt, welche nicht vom Rauschen dominiert werden. Dafür vermeidet man den unstetigen Übergang der Stufenfunktion bei f_n. Man erhält eine stärkere Filterung des Rauschens auf Kosten der Veränderung des eigentlichen Signals.

$$A_{\text{Gauß}}(f) = \exp\left(-\ln K \cdot \left(\frac{f}{f_n}\right)^2\right) \tag{3.59}$$

Die Wirkung dieser beiden Filterfunktionen ist in Abb. 3.17 dargestellt. Der Parameter K wurde mit $K = 1000$ gewählt. Die spektralen Anteile bei f_n und $-f_n$ werden also mit einem Faktor 1000 unterdrückt.

Bei gemessenen verrauschten Signalen besteht das Problem, dass die spektrale Verteilung des Rauschens nicht bekannt ist. Deshalb wird die Stelle im Spektrum, bei der der Betrag um einen bestimmten Schwellenwert S größer als das aus dem Modell berechnete Spektrum ist, als Schätzung für f_n benutzt.

$$|H(f_n)/H(0)| = S \cdot \exp(-\pi|f_n|/\mathcal{F}) \tag{3.60}$$

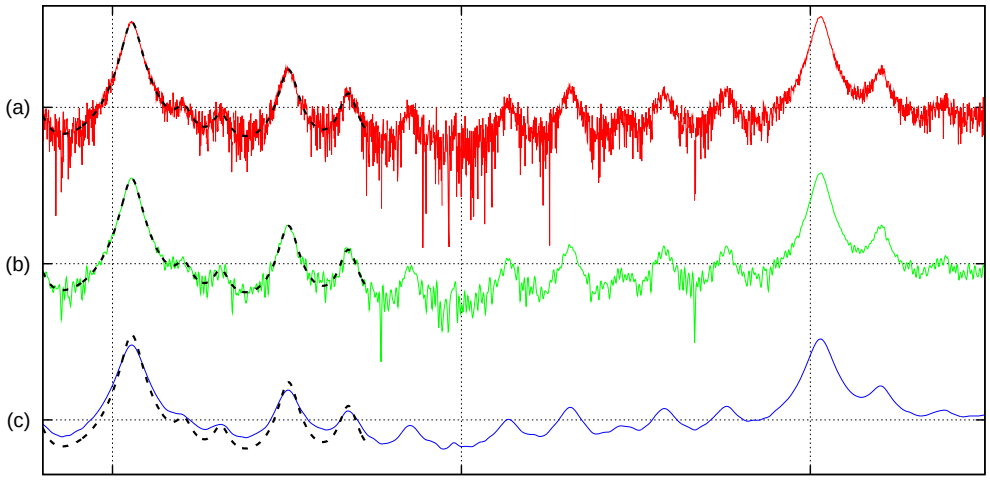


Abbildung 3.17.: Wirkung von verschiedenen Filterfunktionen auf einen Ausschnitt des künstlich verrauschten Signals. Ein Intervall des eigentlichen Signals ist gestrichelt dargestellt. (a) Künstlich verrauschtes Signal. (b) Signal mit $A_{\text{Stufe}}(f)$ gefiltert. (c) Signal mit $A_{\text{Gauß}}(f)$ gefiltert.

Das Spektrum $H(f_n)$ wird mit $H(0)$ normiert, da bei gemessenen Signalen die maximale Transmission der Maxima nicht von vornherein bekannt ist.

Für die gemessenen Transmissionsignale des Resonators hat sich die Wahl von $S = 1,1$ und eine Filterfunktion $A_{\text{Gauß}}(f)$ bewährt. Die Wahl des Parameters K wurde für jede Messung einzeln optimiert.

Auswertalgorithmus

In Abb. 3.18 ist ein Blockdiagramm vom entwickelten Algorithmus abgebildet. Als Eingabe benötigt der Algorithmus das gemessene Signal $P(U_{\text{PZT}})$, die zum verwendeten Dreieckssignal am PZT passende Kalibrationsfunktion $\nu_R(U_{\text{PZT}})$, den Parameter K der Filterfunktion und eine grobe Schätzung der Umlauf-Gouyphase ζ_0.

In den einzelnen Blöcken des Algorithmus' werden nur Standardalgorithmen verwendet [PTVF92]. So wird die Anpassung an die Gauß'sche Mode durch Minimierung der quadratischen Abweichung von der Airy-Funktion mit dem Powell-Algorithmus berechnet. Das verwendete Verfahren zum Entrauschen des gemessenen Signals wurde im vorherigen Unterabschnitt ausführlich beschrieben. Die Ableitung des entrauschten Signals wird über eine Dreipunktableitung berechnet.

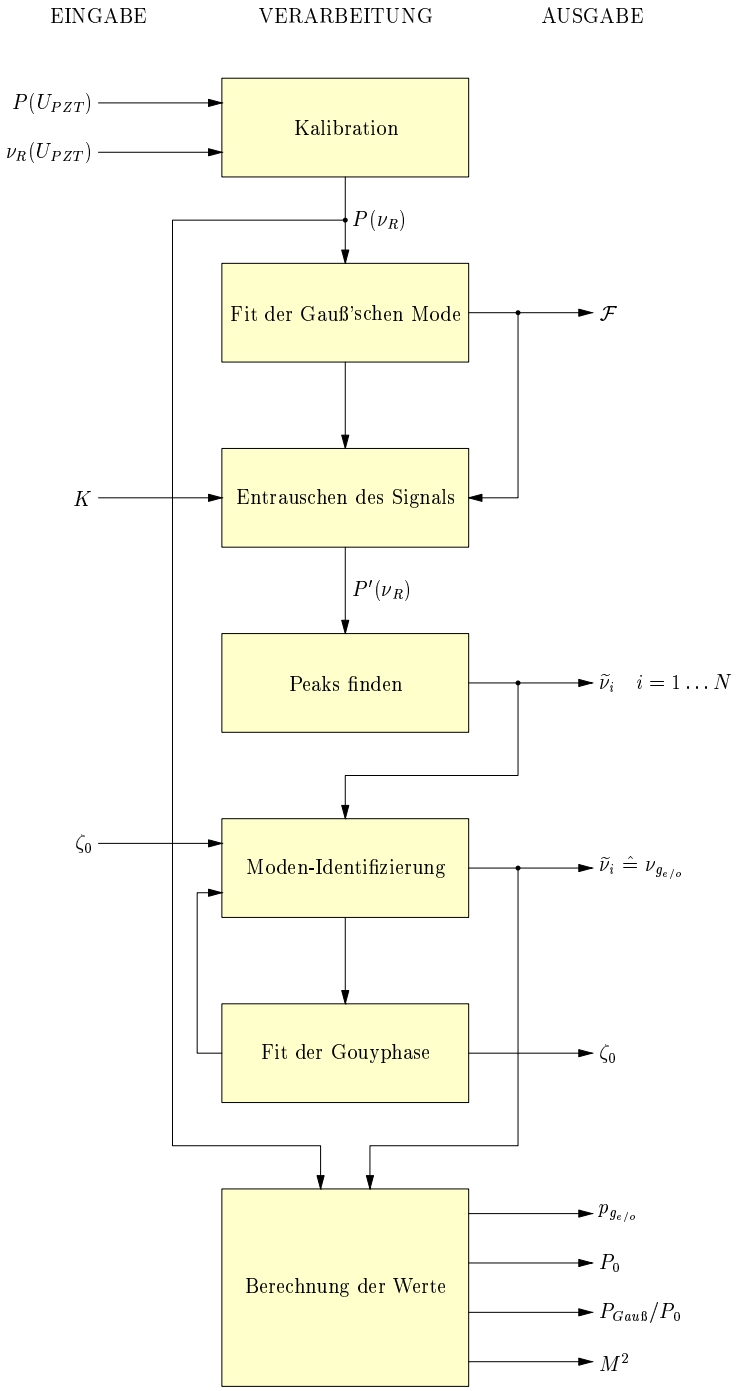


Abbildung 3.18.: Blockdiagramm des Auswertalgorithmus'.

Bei der Identifizierung werden die Resonanzfrequenzen der niedrigsten $2N$ Modengruppen mithilfe der gegebenen Gouyphase ζ_0 berechnet. Dabei ist N die Anzahl der gefundenen Peaks. Ein gefundener Peak wird nun der Modengruppe zugeordnet, bei der der Unterschied zwischen der gemessenen $\widetilde{\nu}_i$ und der berechneten Resonanzfrequenz minimal ist. Aus dieser Zuordnung und den gemessenen Resonanzfrequenzen wird der Wert der Gouyphase optimiert und der Identifizierungsblock erneut durchlaufen.

Aus den Leistungen $P(\nu_{g_e/o})$ werden dann die Leistungen der Modengruppen $p_{g_e/o}$ über das lineare Gleichungssystem berechnet. Aus diesen bis dahin bestimmten Werten lassen sich dann leicht der Gauß'sche Strahlanteil $P_{\text{Gauß}}/P_0$ und der M^2-Faktor berechnen.

Messausrüstung und -empfindlichkeit

Die in Anhang B befindliche technische Dokumentation des Auto-Alignments beschreibt die für die Modenabtastung verwendeten Geräte und das Messverfahren im Detail. Ebenso werden mögliche Fehlerquellen aufgelistet.

Die Auswertung der in Abb. 3.13 dargestellten Messung ist in Tabelle 3.4 zusammengefasst. Um die Qualität der automatischen Auswertung abschätzen zu können, ist in Abb. 3.19 das gemessene und kalibrierte Signal mit dem berechneten Signal verglichen.

Die vom Algorithmus identifizierte Modenordnung wurde zusätzlich kontrolliert. Dazu wurde bei der Modenabtastung die transversale Intensitätsverteilung der sechs leistungsstärksten Modengruppen aufgenommen unter Verwendung einer CCD-Kamera. Die transversalen Intensitätsverteilungen der in Abb. 3.19 markierten Modengruppen sind in Abb. 3.20 dargestellt. Wie man aus der Zusammenfassung in Tabelle 3.5 erkennt, wurde in allen Fällen die Ordnung der Modengruppe vom Algorithmus richtig bestimmt.

Zur Abschätzung der Präzision der Modenabtastung wurden in einer anderen Messung zwanzig Modenabtastungen von einem Laserstrahl aufgenommen. Es wird angenommen, dass sich die Strahlgeometrie des Laserstrahls während der Messzeit, die ca. 35 Minuten betrug, nicht veränderte. Als Gauß'schen Strahlanteil ergab sich $P_{\text{Gauß}}/P_0 = 0,972 \pm 0,002$. Die relative Standardabweichung beträgt also lediglich 0,2%. Ein M^2-Faktor von $M^2 = 1,12 \pm 0,01$ wurde berechnet. Hier beträgt die relative Standardabweichung ca. 1%.

Neben diesen zufälligen Fehlern kommen systematische Fehler hinzu: Der Laserstrahl wird nach den Eigenmoden des Resonators zerlegt und nicht wie gewünscht nach dem Funktionensystem, dessen Lage am besten passt. Demzufolge führt eine nicht optimale Justierung des einfallenden Strahls auf die optische Achse des Resonators in erster Ordnung zu $\text{TEM}_{1,0}$ und $\text{TEM}_{0,1}$ Moden. Entsprechend äußert sich eine nicht optimale Modenanpassung in $\text{TEM}_{2,0}$ und $\text{TEM}_{0,2}$ Moden. Bei der Mo-

Finesse des Resonators	$\mathcal{F} = 170$
Gouyphase eines Umlaufs	$\zeta_0 = 0,951\,\mathrm{rad}$
Anzahl identifizierter Moden	31
Gauß'scher Strahlanteil	$P_{\mathrm{Gauß}}/P_0 = 91,5\%$
M^2-Faktor	$M^2 = 1,43$

Tabelle 3.4.: Zusammenfassung der Auswertung der Modenabtastung.

denabtastung wird versucht, den Laserstrahl so gut wie möglich zu justieren und an die Grundmode des Resonators anzupassen. Theoretisch und praktisch ist es möglich die Leistung in den $\mathrm{TEM}_{1,0}$ und $\mathrm{TEM}_{0,1}$ Modenanteilen durch Justierung von Spiegeln beliebig zu reduzieren. Für die Modenanpassung werden momentan nur zwei Linsen verwendet, deren Position variiert wird. Damit ist es nicht möglich, eine Elliptizität oder einen Astigmatismus des Laserstrahls zu kompensieren. Deshalb kann momentan die Leistung in den $\mathrm{TEM}_{2,0}$ und $\mathrm{TEM}_{0,2}$ Moden nur minimiert werden[10]. Nicht optimale Justierung und Modenanpassung führt zu einem geringeren Gauß'schen Strahlanteil und einem größeren M^2-Faktor, also einem systematischen Fehler.

Der von der Modenabtastung ermittelte Gauß'sche Strahlanteil kann als obere Grenze betrachtet werden, wenn der eben erwähnte systematische Fehler vernachlässigt wird. Kleine Lichtleistungen von höheren Moden verschwinden bei dieser Messmethode schneller im Rauschen, da sie über einen gesamten FSR verteilt liegen. Diese höheren Moden können dann nicht mehr vom Rauschen unterschieden werden und damit wird die Gesamtleistung P_0 zu klein berechnet. Um diesen Effekt abzuschätzen, wurde der Resonator bei gleichem Laserstrahl auf eine Grundmode stabilisiert. Alle höheren Moden wurden dann größtenteils reflektiert, da sie nicht resonant waren. Die reflektierte Leistung entsprach also in etwa der Leistung in höheren Moden[11]. Die Resonanzfrequenzen des Resonators wurden dann möglichst entfernt von den Resonanzen der Grundmode eingestellt, um die Gesamtleistung des Laserstrahls in Reflektion messen zu können. Die Messung ergab einen Gauß'schen Strahlanteil von $P_{\mathrm{Gauß}}/P_0 = 0,958 \pm 0,003$. Dabei wurde der gleiche Laserstrahl gemessen, mit

[10] Bei Verwendung von vier Zylinderlinsen statt zwei normaler Linsen sollte die Leistung in den Moden zweiter Ordnung beliebig reduziert werden können.

[11] Diese Messmethode wurde mit einer Modenzusammensetzung simuliert, die zuvor mithilfe der Modenabtastung gemessen wurde. Bei der Modenabtastung wurde ein Gauß'scher Strahlanteil von 0,972 ermittelt. Aus der Simulation der Messmethode ergibt sich eine Leistung von 2,5% anstatt von 2,8% in höheren Moden. Der Unterschied von 0,003 liegt also ungefähr innerhalb der Genauigkeit der Modenabtastung von $\pm 0,002$. Ein weiterer hier nicht berücksichtigter systematischer Fehler ergibt sich aus der eventuell fehlenden Impedanzanpassung des Resonators.

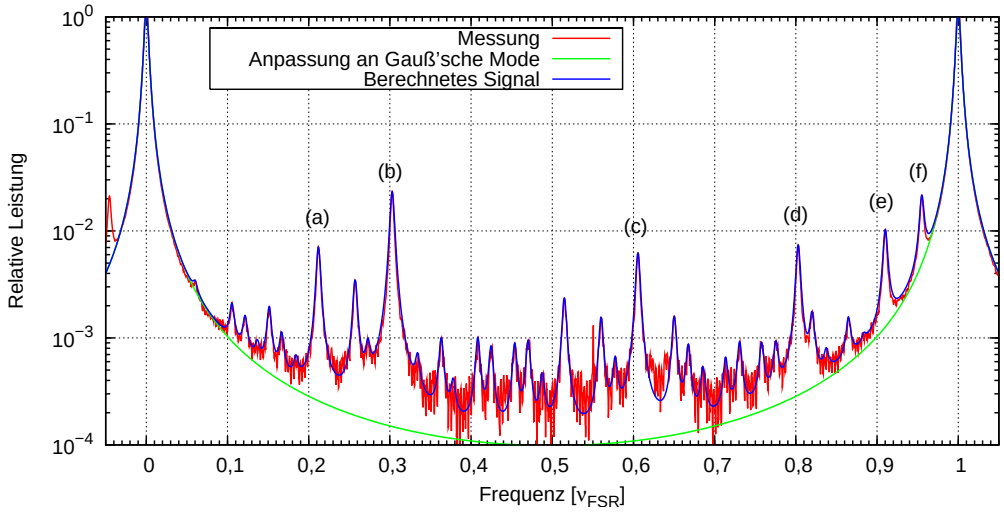


Abbildung 3.19.: Automatische Auswertung der Modenabtastung. Zum Vergleich sind das gemessene Signal sowie das Signal, das aus den Ergebnissen der automatischen Auswertung berechnet wurde, dargestellt. Die transversale Intensitätsverteilung der markierten Moden sind in Abb. 3.20 dargestellt.

Modengruppe	Modenordnung vom Algorithmus bestimmt	Moden aus der Intensitätsverteilung bestimmt
(a)	$g_e = 8$	$\mathrm{Lag}^c_{4,0}$
(b)	$g_e = 2$	$\mathrm{Lag}^c_{0,2}$
(c)	$g_e = 4$	$\mathrm{Lag}^c_{2,0}$, $\mathrm{TEM}_{4,0}$
(d)	$g_o = 2$	$\mathrm{TEM}_{1,1}$
(e)	$g_e = 6$	$\mathrm{Lag}^c_{3,0}$, $\mathrm{TEM}_{6,0}$
(f)	$g_o = 3$	$\mathrm{TEM}_{3,0}$

Tabelle 3.5.: Zusammenfassung der vom Algorithmus erkannten Modengruppen und der Bestimmung der Moden aus der Intensitätsverteilung.

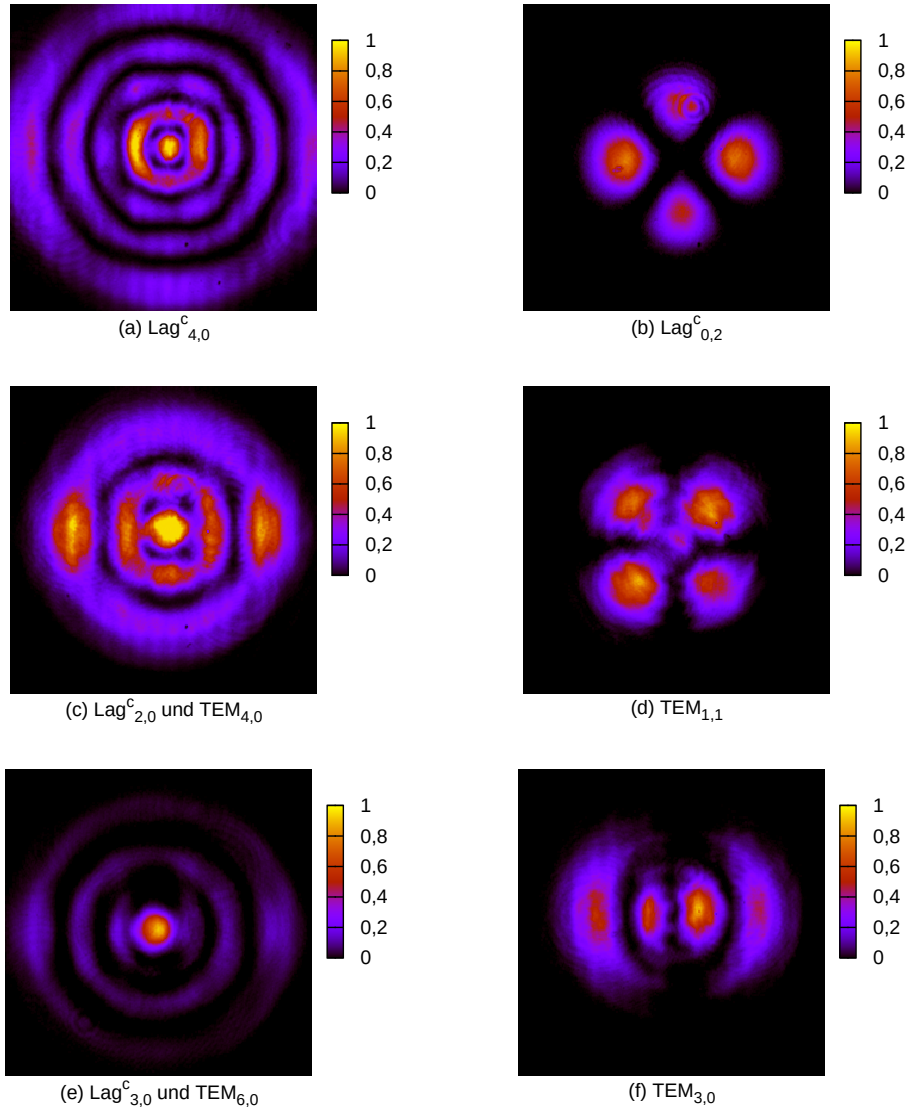


Abbildung 3.20.: Transversale Intensitätsverteilung der sechs leistungsstärksten Modengruppen aus Abb. 3.19.

dem die zwanzig Modenabtastungen durchgeführt wurden. Diese Messmethode liefert ein um $0,014$ geringeren Gauß'schen Strahlanteil als die Modenabtastung. Die aus zufälligen Fehlern berechneten Standardabweichungen der Messungen schließen sich gegenseitig aus. Die systematischen Fehler beider Messungen führen zu einem Unterschied von mindestens $0,009$ beim Gauß'schen Strahlanteil.

Der Gauß'sche Strahlanteil beim *Advanced LIGO* Lasersystem muss mindestens 97% betragen. Die Empfindlichkeit der Messmethode reicht, um diese Anforderung bei einem Lasersystem zu verifizieren.

3.4.4. Vergleich

Zur Bestimmung des Gauß'schen Strahlanteils, der der wichtigste Parameter für Gravitationswellendetektoren zur Charakterisierung der Strahlgeometrie ist, kann von diesen drei Methoden nur die Modenabtastung benutzt werden. Aus der transversalen Intensitätsverteilung, die mit einer CCD-Kamera aufgenommen werden kann, ist es nur mit enormem Rechenaufwand möglich, einen Wert für $P_{\text{Gauß}}/P_0$ zu bestimmen. Die Messung der Strahldivergenz liefert immerhin eine untere Grenze für den Gauß'schen Strahlanteil.

Dennoch weisen die beiden anderen Methoden auch ihre Vorteile auf: Die Messung mit der CCD-Kamera liefert ein konkretes Bild der transversalen Intensitätsverteilung. Die Abhängigkeit der transversalen Intensitätsverteilung von Justierungsmöglichkeiten im Lasersystem ist oft intuitiver als beispielsweise die der HG Strahlzusammensetzung. Weiterhin ist die CCD-Kamera an unzugänglicheren Stellen besser und schneller platzierbar.

Die Messung des M^2-Faktors ist sehr verbreitet und bietet sich vor allem bei Laserstrahlen mit geringem Gauß'schen Strahlanteil an: Aus dem M^2-Faktor lässt sich die Divergenz des Strahls bestimmen, was für die Berechnung von Strahlengängen wichtig ist.

Zum Vergleich der Methoden zur Charakterisierung der Strahlgeometrie wurde in diesem Abschnitt immer derselbe Laserstrahl[12] mit den drei verschiedenen Methoden untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.6 noch einmal zusammengefasst.

Sowohl aus der Messung der Strahldivergenz als auch aus der Modenabtastung lässt sich der M^2-Faktor bestimmen. Der Unterschied ist mit 0,31 erstaunlich groß und kann durch zufällige Messfehler nicht erklärt werden. Möglicherweise entsteht der Unterschied durch systematische Fehler bei der Messung der Strahldivergenz. Eine weitere Ursache könnten auch Aberrationen durch optische Komponenten sein, die zwischen der Stelle, an der die Strahldivergenz gemessen wurde, und der, an der die Modenabtastung durchgeführt wurde, stehen.

[12] Ausgenommen ist hier der Laserstrahl, der zur Abschätzung der Präzision der Modenabtastung benutzt wurde.

Methode	Gauß'scher Fit	M^2-Faktor	Gauß'scher Strahlanteil
CCD-Kamera	88%	–	–
Strahldivergenz	–	1,12	$\geq 88\%$
Modenabtastung	–	1,43	91,5%

Tabelle 3.6.: Zusammenfassung der Charakterisierung von der Strahlgeometrie eines Strahls nach drei verschiedenen Methoden.

3.5. Strahllagefluktuationen

Die Strahllagefluktuationen (*pointing*) des Ausgangsstrahls vom PSL dürfen bestimmte Grenzwerte nicht überschreiten, wie in Abschnitt 1.1 kurz erläutert ist. Die relative Strahllage wird über die komplexe Zahl ϵ definiert (s. Abschnitt 2.2). Strahllagefluktuationen $\delta|\epsilon|$, bzw. gleichbedeutend das Rauschen der Strahllage, werden über die LSD charakterisiert. Dabei werden die Strahllagefluktuationen in der Tangentialebene ϵ_x und in der Sagittalebene ϵ_y getrennt, aber völlig analog gemessen und charakterisiert.

Mehrere Möglichkeiten bieten sich nun an, um $|\epsilon|(t)$ zu messen:

Mit einer einfachen Quadrantenphotodiode (QPD) kann man die Position des Strahls auf der QPD durch Differenzbildung der Quadrantensignale ermitteln. Die Position des Strahls alleine erlaubt es jedoch nur, eine Projektion von ϵ zu bestimmen, da die Verkippung des Strahls nicht gemessen werden kann. Mit einer zweiten QPD an anderer Stelle im Strahl könnte man aus den Signalen auch die Verkippung berechnen. Als Referenz wird bei dieser Methode die Position der QPD genutzt. Das Problem bei dieser Methode ist, dass man nur eine brauchbare Referenz hat, wenn die Positionen der QPDn zueinander absolut starr ist.

Dieses Problem wird bei der hier verwendeten Methode umgangen: Die Strahllage wird in Bezug zu einem echten Referenzstrahl gemessen. Dieser Referenzstrahl ist eine Gauß'sche Mode in einem Ringresonator. Die Referenz ist also die Lage des Resonators. Die Abweichung des einfallenden Strahls von der Gauß'schen Mode des Strahls wird über die differentielle Wellenfrontabtastung (*Differential Wavefront Sensing*, DWS) gemessen.

Der Ringresonator muss auf eine Gauß'sche Mode stabilisiert werden, um den Referenzstrahl zu erzeugen. Dafür wird eine Variante des Pound-Drever-Hall (PDH) Verfahrens benutzt: Anstatt eine Phasenmodulation auf den einfallenden Strahl mit einem EOM aufzuprägen, wird die Gauß'sche Mode in ihrer Phase moduliert, indem die Umlauflänge des Resonators moduliert wird. Die Phase der Gauß'schen Mode

hängt bei der Resonanz in erster Ordnung linear von der Resonanzfrequenz und damit von der Umlauflänge ab (s. Abschnitt 2.3.4). Die Umlauflänge wurde mit einem PZT bei einer Fourier-Frequenz von 50 kHz moduliert. Der Gauß'sche Strahl, der von der Gauß'schen Mode ausgekoppelt wird, ist nun phasenmoduliert und überlagert sich mit dem am Resonator reflektierten einfallenden Strahl. Ab hier ist das Verfahren identisch mit dem ursprünglichen PDH Verfahren.

Differentielle Wellenfrontabtastung

Bei der differentiellen Wellenfrontabtastung misst man anschaulich die Verkippung der Wellenfronten von zwei überlagerten Strahlen an einer Position entlang der optischen Achse [MMRW94]. Man benutzt QPDn, um den Phasenunterschied der überlagerten Strahlen in zwei Halbebenen zu messen. Die Quadranten der QPD werden so miteinander addiert, dass man ein Signal für jede Halbebene einmal entlang der Tangential- und einmal entlang der Sagittalebene erhält.

Man kann den auf den Resonator einfallenden Strahl nach den HG Moden des Resonators entwickeln. Es wird davon ausgegangen, dass der einfallende Strahl ein Gauß'scher Strahl ist und an die Mode des Resonators angepasst ist. Weicht die Strahllage ϵ zwischen dem einfallenden Strahl und der Gauß'schen Mode nur gering ab, so kann man die Entwicklung nach der ersten Ordnung abbrechen (s. Abschnitt 2.2). Der Strahl auf der QPD schreibt sich dann wie folgt:

$$E(\vec{r}) = \Psi'_{0,0}(\vec{r}) - \Psi_{0,0}(\vec{r}) - \epsilon \cdot e^{i\eta}\Psi_{1,0}(\vec{r}) \tag{3.61}$$

Dabei bezeichnet $\Psi'_{0,0}$ den phasenmodulierten Strahl aus dem Resonator und der einfallende Strahl ist nach $\Psi_{0,0}$ und $\Psi_{1,0}$ entwickelt. η ist die Phasenverschiebung durch die Gouyphase, die der $\mathrm{TEM}_{1,0}$ Strahl gegenüber dem $\mathrm{TEM}_{0,0}$ auf dem Weg vom Resonator zur QPD erfahren hat.

Mit der QPD wird nun die Differenz der Leistung ΔP in den Halbebenen gemessen:

$$\Delta P = \int_0^\infty \mathrm{d}x \int \mathrm{d}y \, |E(\vec{r})|^2 - \int_{-\infty}^0 \mathrm{d}x \int \mathrm{d}y \, |E(\vec{r})|^2 \tag{3.62}$$

Da dieses Signal ΔP demoduliert wird, sind davon nur die tiefpassgefilterten modulierten Anteile h interessant. Aus Symmetrieüberlegungen bleibt nur ein Term von der Interferenz zwischen $\Psi'_{0,0}$ und $\Psi_{1,0}$ übrig:

$$h \propto \Im(\epsilon \cdot e^{i\eta}) \tag{3.63}$$

Das Signal ist also proportional zu einer Projektion der Strahllage ϵ, die über die Phase η variiert werden kann.

Messverfahren

Zwei Projektionen der Strahllage ϵ werden mit zwei QPDn über die differentielle Wellenfrontabtastung ermittelt. Die beiden Phasen η_1 und η_2 wurden so gewählt, dass $|\eta_1 - \eta_2| = \pi/2$ gilt. Dies wurde durch ein Linsensystem in Reflektion des Resonators und durch entsprechende Platzierung der QPDn erreicht. Die beiden demodulierten Signale h_1 und h_2 der QPDn werden auf gleiche Weise bei gleicher Lichtleistung auf den QPDn gemessen. Demzufolge kann man davon ausgehen, dass der Proportionalitätsfaktor h_0 bei beiden gleich ist.

$$h_1 = h_0 \cdot \Im(\epsilon \cdot e^{i\eta_1}) \tag{3.64}$$
$$h_2 = h_0 \cdot \Im(\epsilon \cdot e^{i\eta_2}) \tag{3.65}$$

Der Betrag der relativen Strahllage $|\epsilon(t)|$ ergibt sich dann aufgrund von $|\eta_1 - \eta_2| = \pi/2$ wie folgt:

$$|\epsilon|(t) = \frac{1}{h_0} \cdot \sqrt{h_1^2(t) + h_2^2(t)} \tag{3.66}$$

Die Zeitdaten $h_{1/2}(t)$ werden mit einer A/D-Wandlerkarte aufgezeichnet. Daraus wird dann $|\epsilon|(t)$ und wiederum daraus mit dem Programm *LPSD* [TH04] die LSD $|\epsilon|(f)$ berechnet.

Zur Bestimmung des Proportionalitätsfaktors h_0 wurde mit einem Spiegel, den man über einen PZT verkippen kann, die Strahllage auf bekannte Weise moduliert und das gemessene Signal $|\epsilon|(f)$ mit dem erwarteten Signal verglichen. In Abschnitt 2.2 ist beschrieben, wie letzteres berechnet werden kann.

Eine detaillierte Beschreibung des optischen Aufbaus, des Messverfahrens und der Kalibration befindet sich in der technischen Dokumentation des Auto-Alignments in Anhang B.

Eine typische Messung der Strahllagefluktuationen ist in Abb. 3.21 dargestellt. Das Dunkelrauschen der Messung wurde mit abgedeckten QPD gemessen und stellt eine untere Grenze der Empfindlichkeit der Messung dar. Die Bandbreite der Messapparatur ist durch die Demodulationselektroniken auf ca. 2 kHz begrenzt.

Um das Kalibrationsverfahren zu überprüfen, wurden die Strahllagefluktuationen noch auf eine andere Weise gemessen, die wesentlich einfacher kalibriert werden kann: Wie in Abschnitt 2.2 gezeigt, lässt sich der Betrag $|\epsilon_x|$ aus dem Leistungsverhältnis der $\mathrm{TEM}_{1,0}$ und $\mathrm{TEM}_{0,0}$ Strahlanteile bestimmen:

$$|\epsilon_x| = \sqrt{\frac{P_{1,0}}{P_{0,0}}} \tag{3.67}$$

Die Strahleinkopplung in den Resonator wurde leicht dejustiert. Dann wurde der Resonator auf die $TEM_{0,0}$ Mode stabilisiert und die Leistung $P_{0,0}$ in Transmission des Resonators mit einer Photodiode gemessen. Anschließend wurde der Resonator auf die $TEM_{1,0}$ Mode stabilisiert und das Zeitsignal $P_{1,0}(t)$ mit der Photodiode aufgenommen. Leistungsfluktuationen wurden vor dem Resonator mit einer weiteren Photodiode zeitgleich gemessen und aus $P_{1,0}(t)$ herausgerechnet. In einer weiteren Messung wurden dann auch die Strahllagefluktuationen in der Sagittalebene gemessen unter Verwendung der $TEM_{0,1}$ anstatt der $TEM_{1,0}$ Mode. Der Resonator kann nur bis zu einer Fourier-Frequenz von ca. 1,5 kHz auf eine Resonanz stabilisiert werden. Deswegen sind die Messungen nur für kleinere Fourier-Frequenzen vergleichbar. Ein Vergleich der Messungen ist in Abb. 3.22 dargestellt, in welcher sich eine Übereinstimmung der beiden Messverfahren erkennen lässt.

Die Empfindlichkeit der Messmethode reicht aus, um unstabilisierte Lasersysteme zu charakterisieren. Vergleicht man die Empfindlichkeit jedoch mit den Anforderungen von *Advanced LIGO* (s. Abb. 3.21), zeigt sich, dass diese fast im gesamten Detektionsband zu gering ist. Die Empfindlichkeit ist momentan durch die Auflösung der verwendeten A/D-Wandlerkarte beschränkt. Durch ein gezieltes Verstärken des Signals im Fourier-Frequenzband von ca. 1 Hz bis 100 kHz vor der A/D-Wandlung sollte sich die Empfindlichkeit erhöhen lassen.

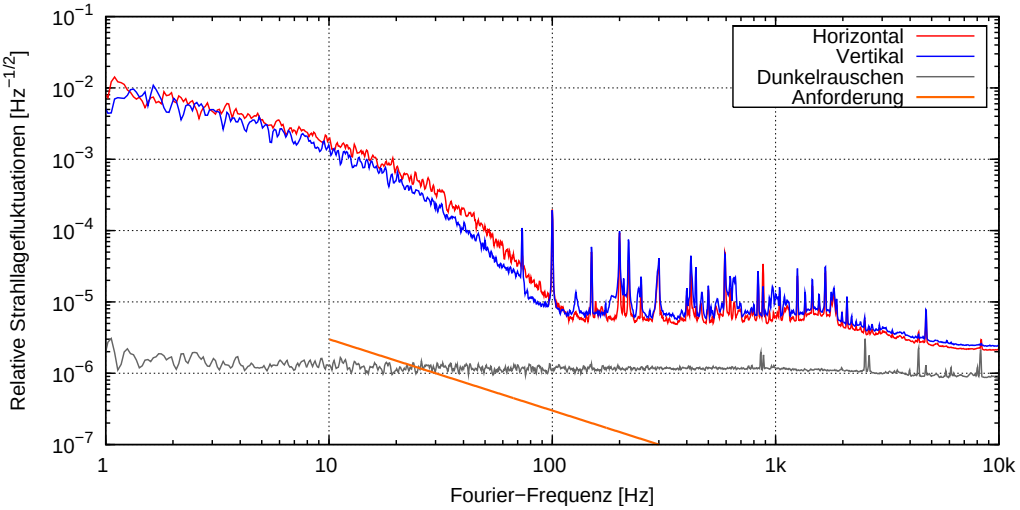


Abbildung 3.21.: Relative Strahllagefluktuationen in horizontaler und vertikaler Richtung. Das Dunkelrauschen der Messung und die Anforderung von *Advanced LIGO* sind ebenfalls dargestellt.

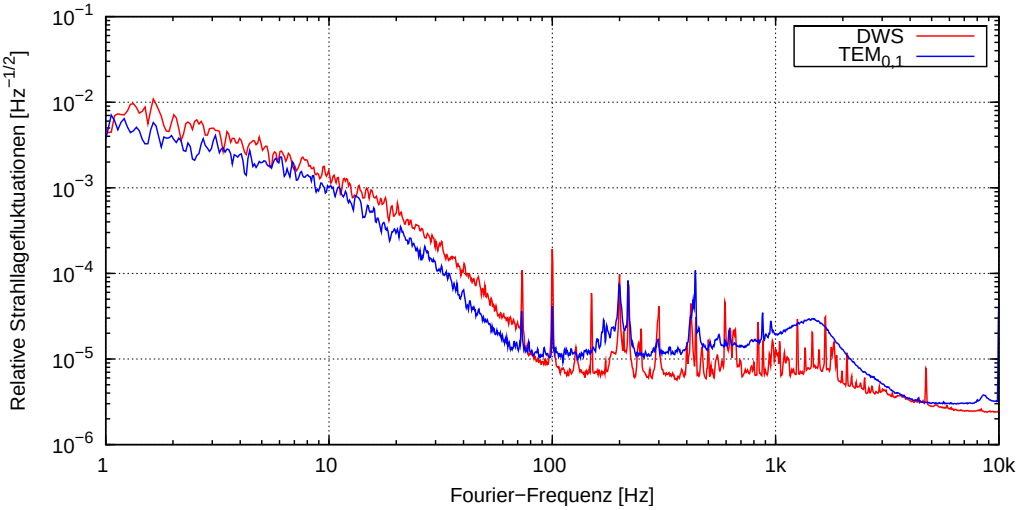


Abbildung 3.22.: Vergleich von zwei unterschiedlichen Messmethoden, um relative Strahllagefluktuationen zu messen. Die erste Methode benutzt die differentielle Wellenfrontabtastung (DWS) und die zweite die Leistungsfluktuationen der $TEM_{0,1}$ Mode. Für eine bessere Übersicht sind nur die vertikalen Strahllagefluktuationen dargestellt.

4. Charakterisierung

In diesem Kapitel werden die Charakterisierungen von drei verschiedenen Lasersystemen vorgestellt. Dabei handelt es sich um zwei ältere, gut verstandene Systeme (einem sogenannten MISER und einem 12 W injektionsgekoppelten Ringlaser) und einem neuartigen 40 W Verstärker. Letzterer ist in dieser Arbeit erstmals charakterisiert.

Die Lasersysteme werden kurz vorgestellt und anschließend werden die Messungen untereinander verglichen. Zur Charakterisierung werden die im vorherigen Kapitel beschriebenen Methoden verwendet.

Diese Lasersysteme wurden nicht für den *Advanced LIGO* Detektor entwickelt. Dennoch werden die Ergebnisse der Charakterisierung mit den Anforderungen vom *Advanced LIGO* Detektor verglichen, da diese als repräsentative Anforderungen für die nächste Generation von Gravitationswellendetektoren gelten sollen.

Aufgrund von Zeitverzögerungen in der Entwicklung des *Advanced LIGO* Lasers konnte dessen Charakterisierung im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden.

4.1. Lasersysteme

Die hier vorgestellten und untersuchten Lasersysteme sind für den Einsatz in Gravitationswellendetektoren entwickelt. Deshalb sind es monochromatische, linear polarisierte Dauerstrich-Laser bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$. Sie sind optimiert auf einen hohen Gauß'schen Strahlanteil bei großer Leistung, hoher Frequenzstabilität und geringem Leistungsrauschen.

MISER

Ein MISER (*Monolithic Isolated Single End pumped Ring laser*) besteht aus einem monolithischen, nicht-planaren Ringresonator (*NonPlanar Ring Oscillator*, NPRO), der direkt aus dem aktiven Medium Nd:YAG (Neodym-dotiertes Yttrium-Aluminium Granat) gefertigt ist. Das aktive Medium wird von zwei Laserdioden bei einer Wellenlänge von 808 nm gepumpt. Die Umlaufrichtung im Ringresonator ist durch den nicht-planaren Aufbau in Kombination mit dem Faraday-Effekt durch ein extern angelegtes Magnetfeld vorgegeben. Bei einer Pumpleistung von 2 W wird eine Aus-

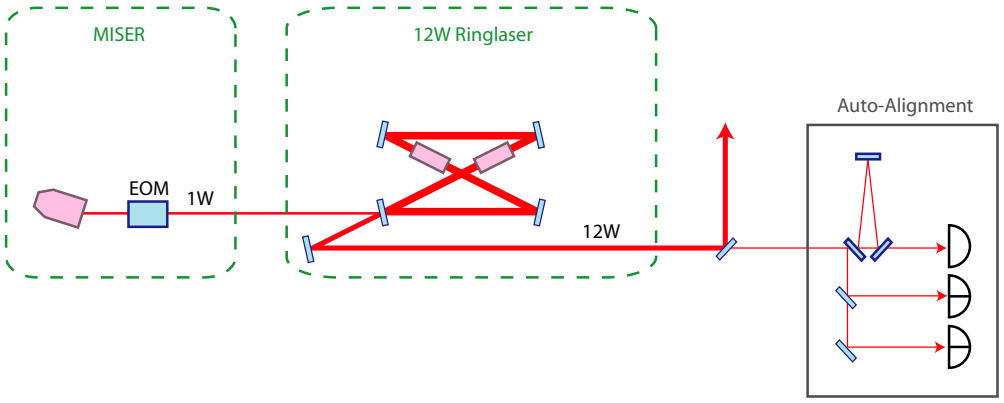


Abbildung 4.1.: Skizzierter Messaufbau im LZH. (Der EOM gehört genau genommen nicht mit zum MISER, aber sämtliche Messungen am MISER wurden nach dem EOM durchgeführt.)

gangsleistung von ca. 800 mW erreicht. Eine ausführliche Beschreibung des Lasers befindet sich in [Fre94, KB85].

Die Messung am MISER wurden zum Teil im Laser Zentrum Hannover (LZH) durchgeführt. Der verwendete optische Messaufbau ist in Abb. 4.1 skizziert.

Eine ausführliche Beschreibung und eine maßstabsverkleinerte *OptoCad*-Zeichnung vom Messaufbau befinden sich in Anhang C.1. Der Laser war dort als Master-Laser des im nächsten Abschnitt beschriebenen injektionsgekoppelten Ringlasers eingesetzt. Während der Messungen am MISER war dieser Ringlaser jedoch ausgeschaltet. Zum Teil wurden die Messungen auch am Albert-Einstein-Institut (AEI) durchgeführt, dort dient der MISER ebenfalls als Master-Laser. Der optische Aufbau ist in Abb. 4.2 skizziert.

12 W Ringlaser

Bei dem zweiten Lasersystem handelt es sich um einen Nd:YAG Ringlaser, der von zwei fasergekoppelten Laserdioden gepumpt wird und an einen MISER injektionsgekoppelt ist. Der Laserresonator ist quasi-monolithisch aus vier Spiegeln aufgebaut. Als aktives Medium dienen zwei Nd:YAG Stäbe, die jeweils von einer Laserdiode mit 17 W bei 808 nm endgepumpt werden. Die Ausgangsleistung des Lasersystems beträgt ca. 12,5 W. Dieses Lasersystem wird erfolgreich beim Gravitationswellendetektor GEO600 als Lichtquelle für das Interferometer eingesetzt. Weitere Details zum Lasersystem finden sich in [Zaw03].

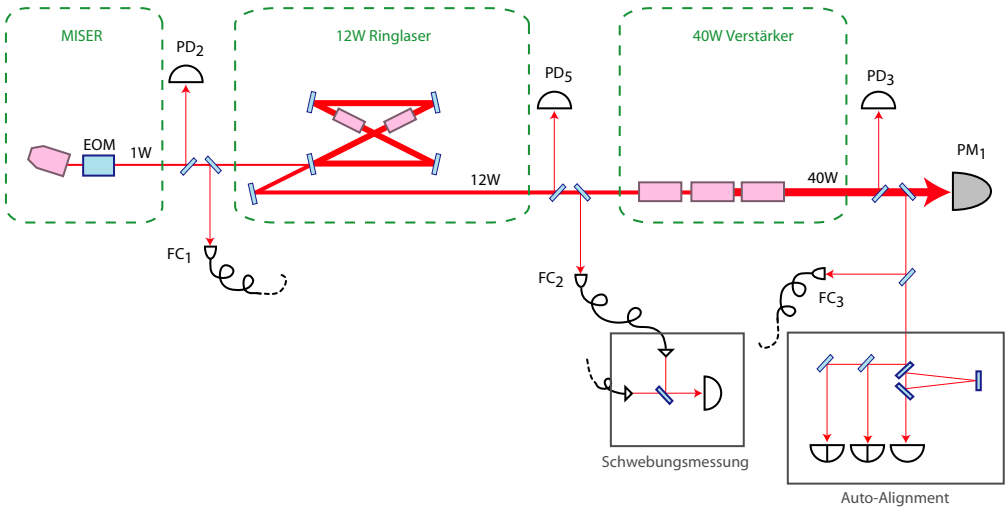


Abbildung 4.2.: Skizzierter Messaufbau im AEI. Je nach Messung wurde die Faser aus FC_1 oder aus FC_3 mit der Schwebungsmessung verbunden.

Die Charakterisierung des 12 W Lasers wurde teilweise am LZH und zum anderen Teil an einem baugleichen System im AEI durchgeführt. Der verwendete optische Aufbau im LZH ist identisch mit dem Aufbau vom MISER System, welcher in Abb. 4.1 dargestellt ist. Im AEI wurde der in Abb. 4.2 skizzierte Aufbau verwendet. Eine detailliertere Zeichnung hiervon findet sich in Anhang C.2.

40 W Verstärker

Dieses Lasersystem verstärkt den Ausgangsstrahl des eben vorgestellten 12 W Ringlasers mit einem einfachen Durchgang durch drei oder vier Neodym-dotierte Yttrium-Orthovanadat ($Nd:YVO_4$) Stäbe. Diese werden jeweils von einer Laserdiode mit einer Leistung von 30 W bei 808 nm endgepumpt. Die Stäbe haben eine undotierte Endkappe, um thermische Effekte am Ende des Stabes zu minimieren. Das System kann sowohl in einer Drei- also auch Vier-Stab-Konfiguration betrieben werden. Bei Verwendung von drei Stäben verstärkt das System einen 13 W Eingangsstrahl auf ca. 40 W. Genauer ist dieser Verstärker in [Sch05b] beschrieben.

Hier wird ein Drei-Stab-System charakterisiert, da ein wesentlich besseres Verhältnis von Strahlqualität zu Ausgangsleistung erzielt wurde als mit vier Stäben.

Der Verstärker ist im AEI aufgebaut und verstärkt dort den Ausgangsstrahl des 12 W Ringlasers. Folglich ist der Messaufbau eine Erweiterung des in Abb. 4.2 dargestellten 12 W Ringlaser-Systems. In Abb. 4.2 ist auch der Verstärkerteil und der

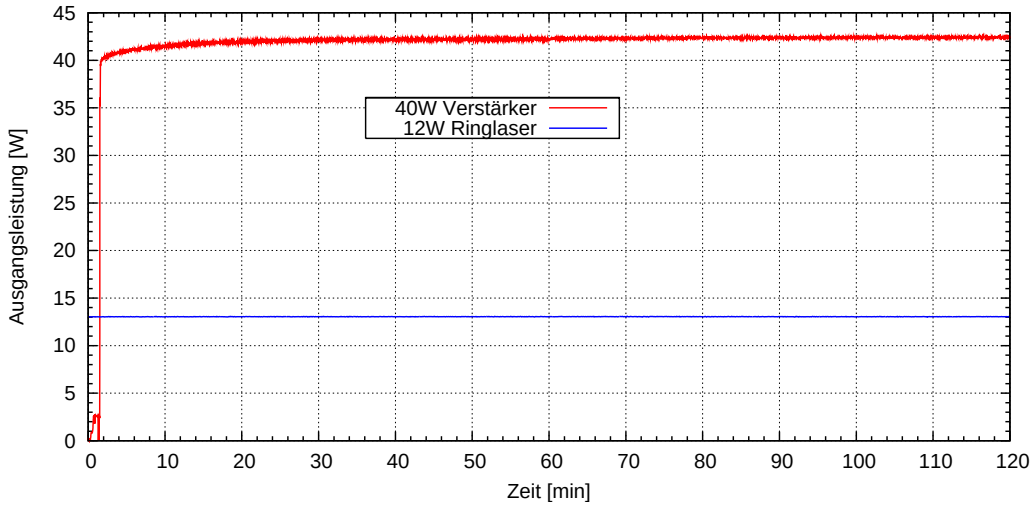


Abbildung 4.3.: Ausgangsleistung des 40 W Verstärkers und des 12 W Ringlasers.

Aufbau für die Charakterisierung skizziert. Die detaillierte Zeichnung befindet sich in Anhang C.3.

4.2. Messungen

Ausgangsleistung

Die Ausgangsleistung des Verstärkers wurde vom Einschaltzeitpunkt über zwei Stunden mit dem Leistungs-Messkopf LM-100 an der Stelle PM_1 gemessen. Die Leistung des 12 W Ringlasers betrug dabei ca. 13 W. Die Ausgangsleistung des 12 W Ringlasers wurde in einer anderen Messung mit dem Messkopf LM-45[1] über 11 Stunden aufgezeichnet. In Abb. 4.3 sind die Zeitserien auf zwei Stunden begrenzt dargestellt. Die charakteristischen Werte sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

[1] Der Messkopf wurde an der Stelle des Strahlblockers D_4 platziert. s. Anhang C.2

Lasersystem	Mittlere Leistung	Standard-abweichung	Min. und max. Leistung
12 W Ringlaser	13,05 W	$\pm 0,01$ W	$12,98$ W … $13,09$ W
40 W Verstärker	42,3 W	$\pm 0,1$ W	$42,1$ W … $42,5$ W

Tabelle 4.1.: Charakteristische Werte der in Abb. 4.3 dargestellten Ausgangsleistung nach einer Warmlaufzeit von 30 Minuten.

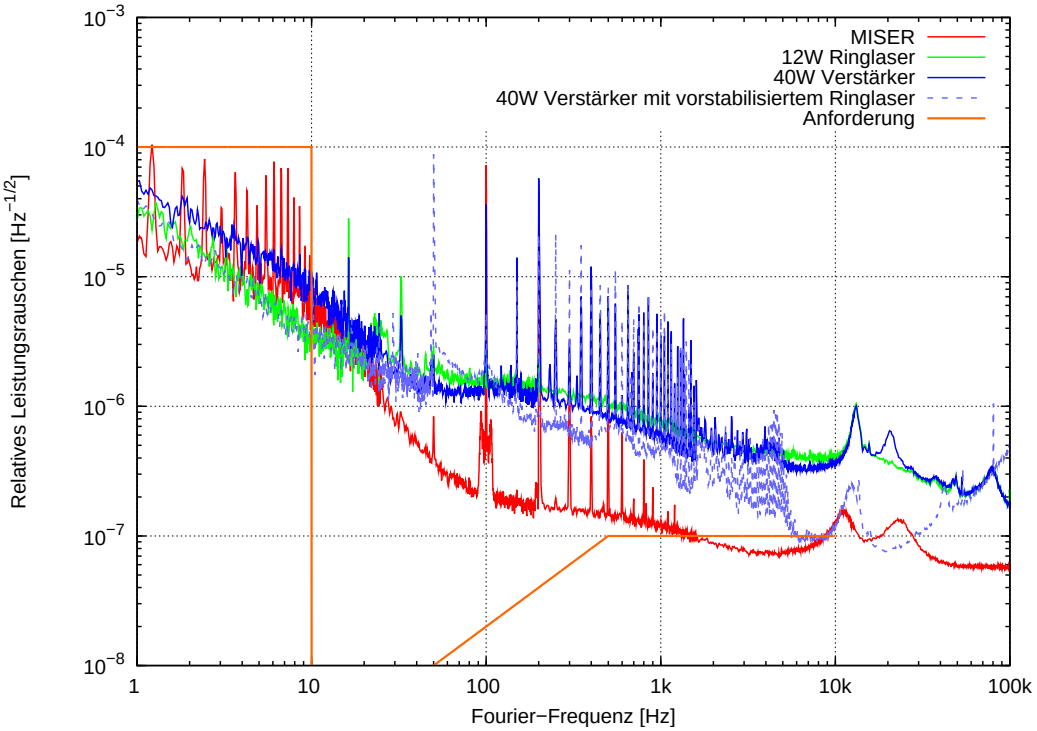


Abbildung 4.4.: Relatives Leistungsrauschen von verschiedenen unstabilisierten Lasersystemen. Bei der gestrichelt dargestellten Kurve des Verstärkers wurde der Ringlaser zunächst stabilisiert und dann verstärkt.

Die Ausgangsleistung der beiden Lasersysteme ist für den *Advanced LIGO* Detektor zu gering. Dennoch liefert der Verstärker eine beachtliche Leistung von ca. 42 W, die für andere Gravitationswellendetektoren durchaus interessant sein kann. Schon ohne aktive Stabilisierung ist die Ausgangsleistung nach einer kurzen Warmlaufphase von 30 Minuten mit einer relativen Standardabweichung von $4 \cdot 10^{-3}$ sehr stabil, wenn auch schlechter als die des Ringlasers von $8 \cdot 10^{-4}$.

Die Ausgangsleistung von 800 mW vom MISER allein ist für heutige Gravitationswellendetektoren viel zu gering und wurde deshalb nicht charakterisiert.

Leistungsrauschen

Das Leistungsrauschen aller drei Systeme wurde am AEI gemessen. Dazu wurden die Photodioden PD_2, PD_3 und PD_5 verwendet. In Abb. 4.4 ist das relative Leistungsrauschen der drei Lasersysteme dargestellt. Die Systeme waren freilaufend, d. h. die Leistung wurde nicht aktiv stabilisiert. Nur beim Verstärker wurde zusätzlich in einer Messung der Ringlaser stabilisiert, um das Leistungsrauschen des

Verstärkers an sich zu messen. Die Leistung des MISERs wurde mit der integrierten *Noise-Eater*-Elektronik bei hohen Frequenzen aktiv stabilisiert. Dadurch wurden hauptsächlich Leistungsfluktuationen bei der Relaxationsoszillation bei ca. 500 kHz reduziert. Diese Leistungsstabilisierung hatte allerdings kaum Einfluss auf Fourier-Frequenzen bis 100 kHz.

Das relative Leistungsrauschen aller drei Systeme liegt in derselben Größenordnung. Freilaufend genügen sie nicht den Anforderungen vom *Advanced LIGO* Detektor im Gravitationswellenband.

Das Leistungsrauschen des Verstärkers ist dominiert durch das Leistungsrauschen vom 12 W Ringlaser, da es durch eine Stabilisierung des Ringlasers leicht gesenkt werden kann. Deutlich zu erkennen sind auch die scharfen Peaks bei den Netzharmonischen (100 Hz, 150 Hz, 200 Hz, ...), die im Vergleich zu den anderen Lasersystemen wesentlich stärker vorhanden sind.

Aktuatoren zur Regelung der Ausgangsleistung und deren Transferfunktionen sind für den MISER und den 12 W Ringlaser bekannt. Beim Verstärker wurden diese das erste Mal gemessen. Die Transferfunktion von relativen Leistungsänderungen des einfallenden Strahls auf relative Leistungsänderungen des verstärkten Strahls ist in Abb. 4.5 dargestellt. Für diese Messung wurden die Photodioden PD_5 und PD_3 verwendet.

Die Transferfunktion ist relativ flach und hat einen Einbruch von ca. 6 dB zwischen Fourier-Frequenzen von 10 Hz bis 1 kHz. Die Ausgangsleistung des Verstärkers lässt sich also sehr gut über die Leistung des einfallenden Strahls regeln.

Die Transferfunktion von Pumpleistungsänderungen auf die Ausgangsleistung ist mit weniger als -40 dB sehr niedrig (s. Abb. 4.6). Die Pumpleistung wurde über eine vorherige Kalibration mit einem Leistungs-Messkopf aus dem Strom der Laserdioden ermittelt.

Frequenzrauschen

Das zusätzliche Frequenzrauschen, welches durch die Ringlaser-Stufe dem Frequenzrauschen des MISERs hinzugefügt wird und das analog durch den Verstärker dem Ringlaser hinzugefügt wird, ist mit einer Schwebungsmessung gemessen worden. Für die Messung des 12 W Ringlasers werden Teilstrahlen bei den Faserkopplern FC_1 und FC_2 verwendet. Aus der Schwebung der Teilstrahlen bei FC_2 und FC_3 wurde das zusätzliche Frequenzrauschen des Verstärkers gemessen.

In Abb. 4.7 ist das zusätzliche Frequenzrauschen zusammen mit dem skizzierten freilaufenden Frequenzrauschen des MISERs[2] dargestellt.

[2] Das Frequenzrauschen des freilaufenden MISERs kann sehr gut mit $10\,\mathrm{kHz}\sqrt{\mathrm{Hz}}/\mathrm{f}$ approximiert werden [Bro99]

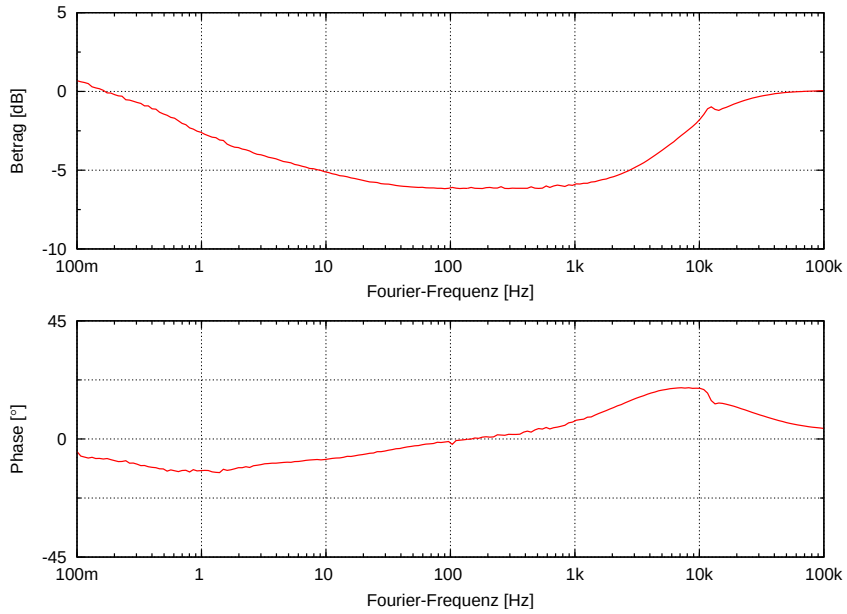


Abbildung 4.5.: Transferfunktion von relativen Leistungsänderungen des einfallenden Strahls auf relative Ausgangsleistungsänderungen für den 40 W Verstärker.

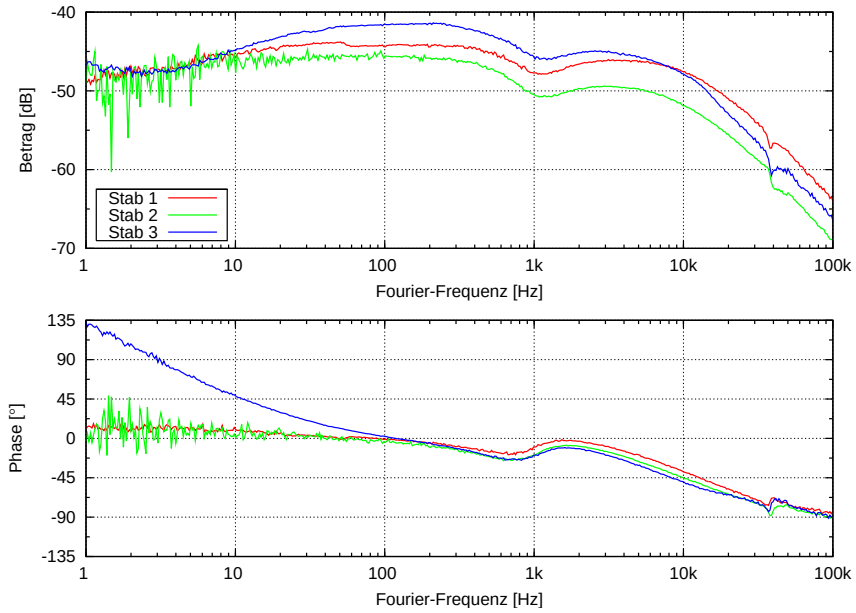


Abbildung 4.6.: Transferfunktion von relativen Pumpleistungsänderungen auf relative Ausgangsleistungsänderungen beim Verstärker.

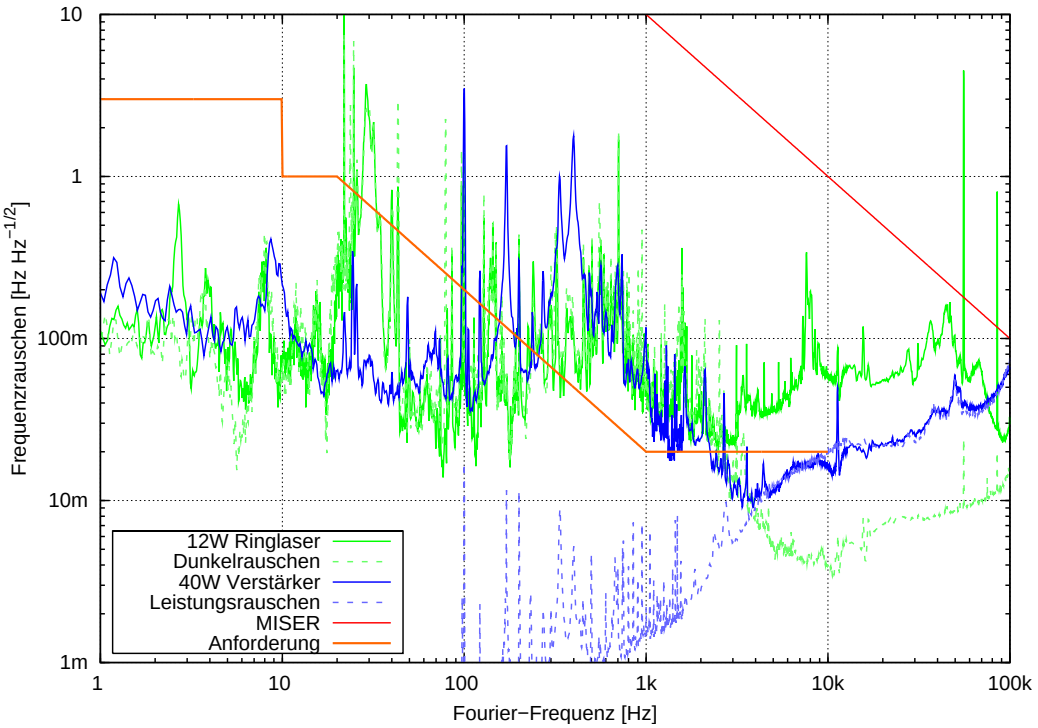


Abbildung 4.7.: Zusätzliches Frequenzrauschen vom 12 W Ringlaser und vom 40 W Verstärker. Gestrichelt dargestellt ist die Empfindlichkeit der Messapparatur (grün, 12 W Laser) und eine Rauschprojektion durch Leistungsrauschen (blau, 40 W Verstärker). Das absolute Frequenzrauschen vom MISER ist zum Vergleich dargestellt.

Die Empfindlichkeit der Messapparatur konnte nur beim 12 W Ringlaser direkt gemessen werden, indem der Ringlaser ausgeschaltet wurde und die Leistungsverhältnisse über eine $\lambda/2$-Verzögerungsplatte und einen Polarisationsstrahlteiler neu eingestellt wurde. Bis zu einer Fourier-Frequenz von 2,5 kHz liegt das zusätzliche Frequenzrauschen komplett auf der Empfindlichkeit der Messapparatur auf, danach trennen sich die Kurven. Der Ringlaser fügt dem MISER also ab 2,5 kHz messbares Frequenzrauschen hinzu.

Beim Verstärker konnte die Empfindlichkeit der Messapparatur nicht gemessen werden, da bei ausgeschaltetem Verstärker durch fehlende thermische Linsen in den Stäben der Strahl zu sehr an Aperturen abgeschnitten wird. Deshalb ist für diese Messung nur eine Projektion des Leistungsrauschens auf die Empfindlichkeit dargestellt. Ab einer Fourier-Frequenz von 4 kHz liegt die Kurve auf dieser Projektion auf. Unterhalb dieser Frequenz liegt das Rauschen auf demselben Niveau wie die

Lasersystem	Modengruppen	Gauß'scher Strahlanteil	M^2-Faktor
MISER	33	96,7%	1,10
12 W Ringlaser	35	88,4%	1,56
40 W Verstärker	37	96,1%	1,23

Tabelle 4.2.: Zusammenfassung der Strahlqualität der drei Lasersysteme. Aufgelistet ist die Anzahl der vom Auswertalgorithmus gefundenen Modengruppen und der daraus berechnete Gauß'sche Strahlanteil sowie der M^2-Faktor.

Empfindlichkeitsmessung beim 12 W Ringlaser. Auch wenn diese Empfindlichkeitsmessung mit einem anderen Aufbau gemessen wurde, ist es naheliegend, dass die Messung unter 4 kHz auch auf der Empfindlichkeit der Messapparatur aufliegt. Der Verstärker scheint wie erwartet dem 12 W Ringlaser kein messbares Frequenzrauschen hinzuzufügen.

Insgesamt liegt das maximale zusätzliche Frequenzrauschen beider Lasersysteme deutlich unter dem freilaufendem Rauschen des MISERs. Das absolute Frequenzrauschen des Ringlasers als auch das des Verstärkers sind durch das Frequenzrauschen des MISERs dominiert.

Das freilaufende Frequenzrauschen des MISERs wiederum liegt weit über den Anforderungen vom *Advanced LIGO* Detektor. Es wird also eine aktive Stabilisierung der Frequenz bei diesen Lasersystemen nötig sein.

Strahlgeometrie

Die Strahlgeometrie aller drei Lasersysteme wurde mit dem neuen Verfahren der Modenabtastung gemessen. Der MISER und der 12 W Ringlaser sind im LZH vermessen worden, der 40 W Verstärker im AEI. Um die drei Systeme besser vergleichen zu können, ist in Abb. 4.8 die aus den Messdaten berechnete Modenabtastung dargestellt. Der Gauß'sche Strahlanteil und der M^2-Faktor sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

Keiner der Lasersysteme erfüllt die Anforderung von *Advanced LIGO*, mindestens 97% Gauß'schen Strahlanteil zu haben. Der Gauß'sche Strahlanteil müsste erhöht werden z. B. durch Filtern mit einem Resonator geeigneter Finesse.

Überraschend ist der geringe Gauß'sche Strahlanteil vom 12 W Ringlaser im Vergleich mit dem des 40 W Verstärkers, da dessen Eingangsstrahl der Ausgangsstrahl von einem baugleichem 12 W Ringlaser ist. Es ist unwahrscheinlich, dass der Verstärker den Gauß'sche Strahlanteil erhöht. Es ist anzunehmen, dass der 12 W Ringlaser

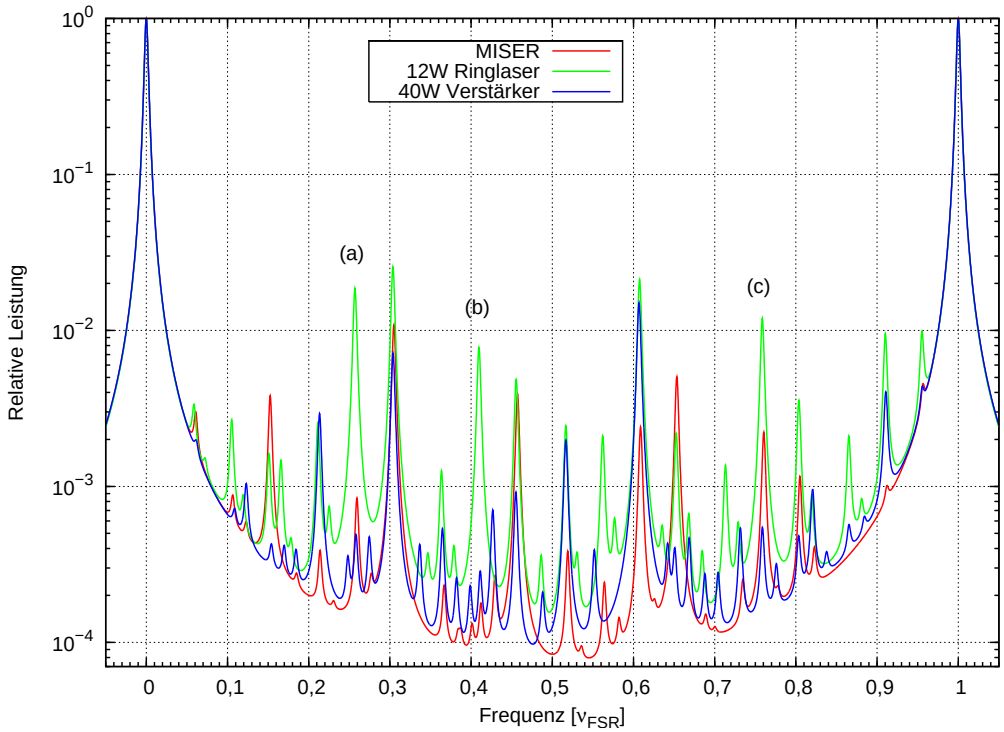


Abbildung 4.8.: Modenabtastung der drei Lasersysteme. Dargestellt ist die aus den Messdaten berechnete Modenabtastung. Die markierten Modengruppen haben folgende Ordnungen: (a) $g_o = 5$, (b) $g_o = 6$ und (c) $g_e = 5$.

im AEI besser justiert war und der Verstärker deshalb eine bessere Strahlqualität hatte als der 12 W Ringlaser im LZH.

Im Vergleich zu den beiden anderen Lasern fallen drei Modengruppen des 12 W Ringlasers durch ihre Leistung in Abb. 4.8 besonders auf: Die Modengruppe mit der Ordnung $g_o = 5$ muss aus einer Linearkombination der $\mathrm{TEM}_{1,4}$, $\mathrm{TEM}_{3,2}$ und $\mathrm{TEM}_{5,0}$ Moden bestehen. Entsprechend besteht die Modengruppe mit $g_o = 6$ aus den Moden $\mathrm{TEM}_{1,5}$, $\mathrm{TEM}_{3,3}$ und $\mathrm{TEM}_{5,1}$ sowie die mit $g_e = 5$ aus den Moden $\mathrm{TEM}_{0,5}$, $\mathrm{TEM}_{2,3}$ und $\mathrm{TEM}_{4,1}$. Da die transversale Intensitätsverteilung dieser Moden nicht gemessen wurde, ist eine genauere Zuordnung nicht möglich.

Strahllagefluktuationen

Die Strahllagefluktuationen der Ausgangsstrahlen der drei Lasersysteme wurden über die differentielle Wellenfrontabtastung an dem Resonator des Auto-Alignment-Experiments gemessen. Der MISER und der 12 W Ringlaser sind am Lasersystem

im LZH vermessen worden und der 40 W Verstärker am AEI. Die Messergebnisse sind in Abb. 4.9 dargestellt.

Das Niveau der Strahllagefluktuationen liegt bei allen drei Lasersystemen in der gleichen Größenordnung. Bei Fourier-Frequenzen unter 100 Hz fällt allerdings auf, dass die Strahllagefluktuationen des 40 W Verstärkers geringer sind als im Vergleich zu den beiden anderen Lasern. Die Rauschquelle, die die Strahllagefluktuationen bei diesen Fourier-Frequenzen dominiert, ist jedoch noch unbekannt. Eventuell gibt es einen Zusammenhang mit dem Ort der Messung und damit z. B. unterschiedlicher Tischbewegung oder Luftströmung: Die Strahllagefluktuationen des MISERs und des 12 W Ringlasers wurden am LZH und die des Verstärkers am AEI gemessen.

Die Strahllagefluktuationen liegen wesentlich über den Anforderungen vom *Advanced LIGO* Detektor. Höchstwahrscheinlich wird später eine passive Filterung durch einen Resonator und eventuell eine zusätzliche aktive Stabilisierung der Strahllage benötigt.

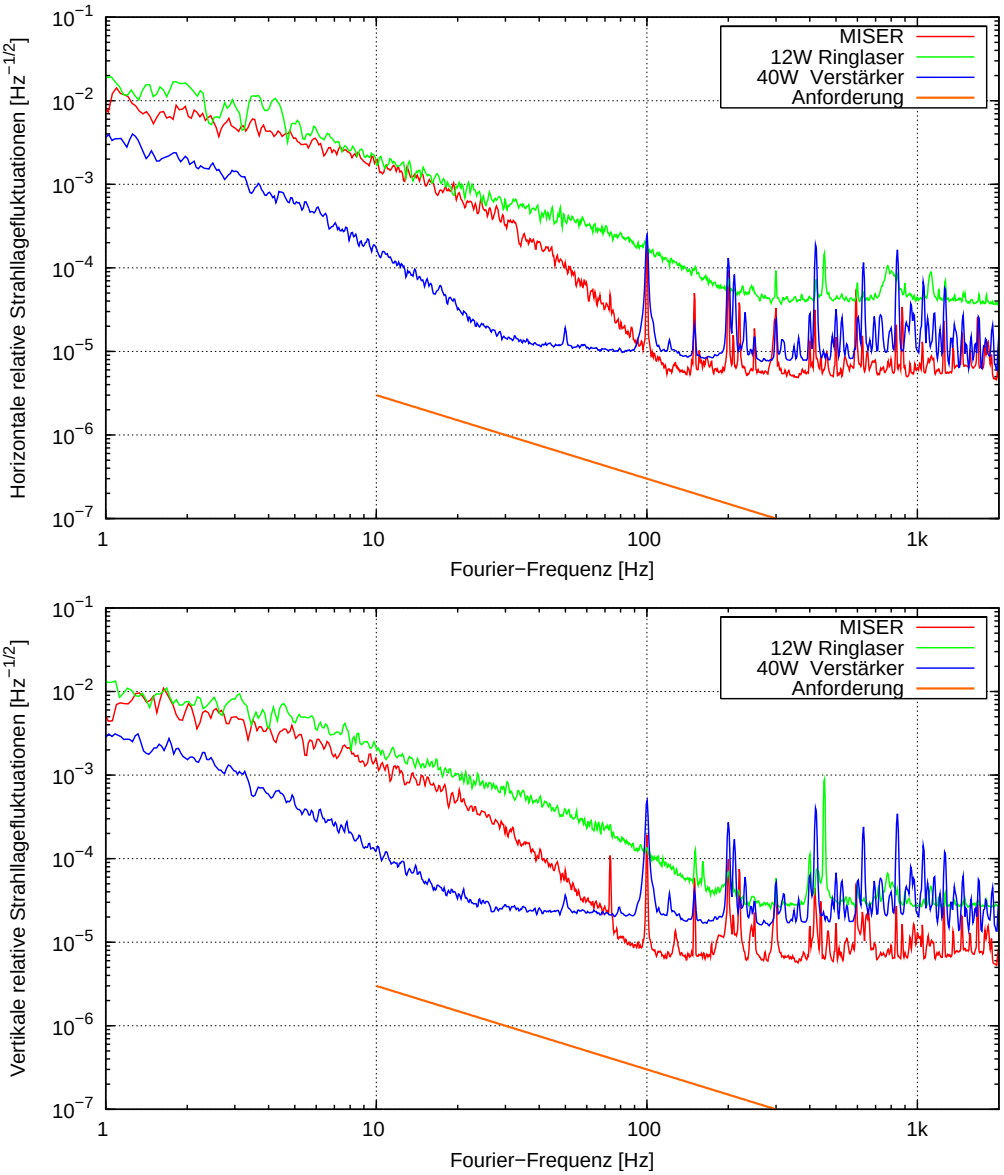


Abbildung 4.9.: Horizontale und vertikale relative Strahllagefluktuationen der Lasersysteme.

5. Stabilisierung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Stabilisierung von Lasersystemen für den Einsatz in Gravitationswellendetektoren. Die in Abschnitt 1.1 vorgestellten Anforderungen dienen als Anhaltspunkte für die benötigte Stabilität. Dazu werden zum einen Teil die in Kapitel 3 vorgestellten Messmethoden verwendet, um mit Regelkreisen das Lasersystem aktiv zu stabilisieren und zum anderen Teil wird die Filtereigenschaft eines Resonators verwendet, um das System passiv zu stabilisieren.

Das Stabilisierungskonzept des noch in Entwicklung befindlichen *Advanced LIGO* Lasers wird im nächsten Abschnitt kurz beschrieben. Anschließend wird auf drei Teilaspekte der Stabilisierung näher eingegangen: die Leistungs-, die Strahlgeometrie- und die Strahllagestabilisierung.

5.1. Konzept

Bisher konnte der Laser für *Advanced LIGO*, der momentan am LZH entwickelt wird, noch nicht vollständig charakterisiert werden. Wie die in Kapitel 4 charakterisierten Lasersysteme erwartet man jedoch, dass der Laser die von *Advanced LIGO* gestellten Anforderungen alleine nicht erfüllt. Die Parameter des Ausgangsstrahls müssen also zusätzlich aktiv und passiv stabilisiert werden. Das Konzept dieser Stabilisierung für das PSL Teilsystem wird im Folgenden kurz vorgestellt und basiert auf dem *Conceptual Design Document* [FKS+05].

In Abb. 5.1 sind der geplante optische Aufbau und die Regelkreise zur Stabilisierung des Lasers skizziert. Der Aufbau basiert auf Erfahrungen mit dem jetzigen LIGO Detektor und einigen vorläufigen Messungen an einem Prototypen des *Advanced LIGO* Lasers.

Der Laser besteht aus drei Stufen: Ein MISER (*NPRO*) dient als Master-Laser für einen injektionsgekoppelten 12 W Ringlaser (*medium power stage*). Diese ersten beiden Stufen sind in Kapitel 4 näher beschrieben und charakterisiert. Der 12 W Ringlaser dient nun wiederum als Master-Laser für einen Hochleistungsringlaser mit ca. 200 W Ausgangsleistung. Der 12 W Ringlaser und der Hochleistungslaser sind mit den Reglern ILS1 und ILS2 (*Injection Lock Servo*) nach dem PDH Verfahren injektionsgekoppelt. Das Konzept des Hochleistungslasers ist in [FKS+05] näher beschrieben.

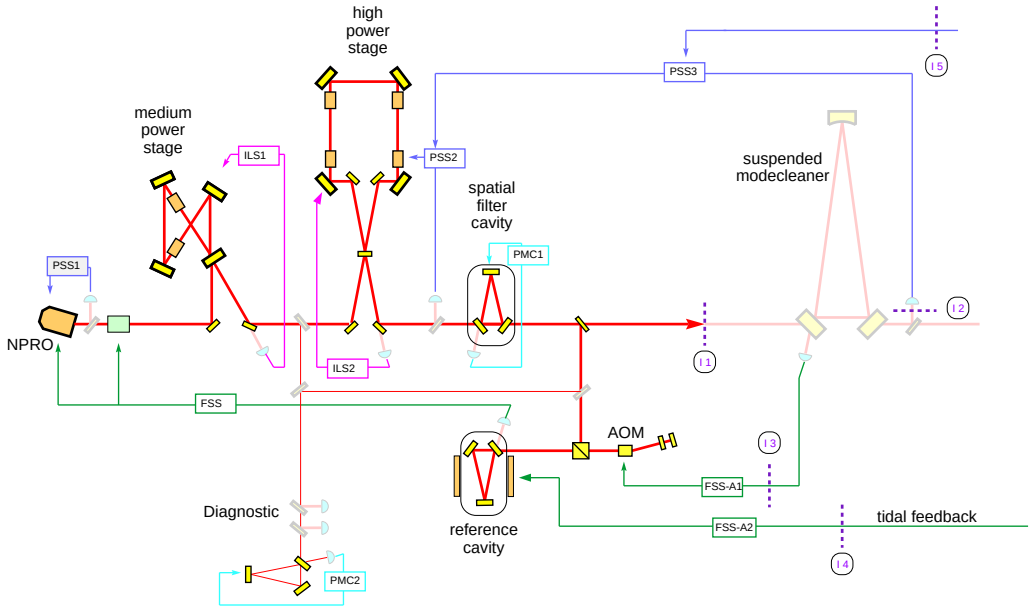


Abbildung 5.1.: Übersicht des optischen Aufbaus und der Regelkreise des PSLs. In rot ist der Strahlengang dargestellt. Die Signalverläufe für die Leistungs- und Frequenzstabilisierung sind in blau bzw. grün dargestellt. Die Schnittstellen zu den anderen Teilsystemen von *Advanced LIGO* sind mit I1 bis I5 bezeichnet. Entnommen aus [FKS+05].

Neben diesen drei Laserstufen besteht das PSL aus einem *Pre-Mode Cleaner* (PMC), der unter anderem die Strahlgeometrie des Ausgangsstrahls filtert, die Strahllage stabilisiert und Leistungsfluktuationen im RF-Fourier-Frequenzband filtert (s. Abschnitt 2.3.3). Der Regelkreis PMC1 stabilisiert den PMC nach dem PDH-Verfahren auf eine Resonanz. Der PMC befindet sich in einem Vakuumtank, um Umwelteinflüsse zu reduzieren und die Optiken vor Verunreinigungen zu schützen.

Für die Frequenzstabilisierung wird ein Teilstrahl hinter dem PMC auf eine Resonanz eines Referenz-Resonators im Vakuum stabilisiert. Dazu wird die Frequenz des MISERs über einen PZT, der sich am Laserkristall befindet, und über die Temperatur des Laserkristalls geregelt. Der EOM hinter dem MISER kann als schneller Frequenzaktuator genutzt werden. Dieser Frequenzstabilisierungs-Regelkreis wird FSS (*Frequency Stabilization Servo*) genannt. Um die Frequenz des PSLs von außen langsam regeln zu können, kann die Temperatur des Referenzresonators gesteuert werden. Dieser Aktuator ist in der Übersicht mit FSS-A2 bezeichnet. Er dient hauptsächlich dafür, die Frequenz auf Zeitskalen der Gezeiten zu verändern. Für schnelle

Frequenzänderungen wird ein AOM als Aktuator FSS-A1 verwendet. Vor dem Referenzresonator wird die Frequenz vom Teilstrahl des Ausgangsstrahls mit einem Doppeldurchgang durch den AOM verschoben. Dabei ist die Frequenzverschiebung proportional zur Signalfrequenz am AOM. Dieser schnelle Aktuator wird verwendet, um den Laser auf eine Resonanz vom aufgehängten *mode cleaner* des *Input Optics* (IO) Teilsystems zu stabilisieren.

Die Leistungsstabilisierung erfolgt in mehreren Stufen: Die Leistung des MISERs wird bei hohen Frequenzen insbesondere bei seiner Relaxationsoszillation über die Pumpleistung des MISERs durch den Regelkreis PSS1 (*Power Stabilization Servo*) geregelt. Die Ausgangsleistung des Gesamtsystems wird über die Pumpleistung des Hochleistungslasers geregelt. Dazu wird die Leistung im IO-Teilsystem hinter dem aufgehängten *mode cleaner* gemessen. Zusammen mit einer Leistungsmessung vor dem PMC wird die Leistung im Detektionsband über die Regler PSS2 und PSS3 stabilisiert. Durch Addition eines Signals beim Regler PSS3 kann die Leistung von außen moduliert werden.

Schließlich ist ein Diagnosebereich im PSL vorgesehen, womit die Ausgangsstrahlen des 12 W Ringlasers und des Hochleistungsringlasers während des Betriebs charakterisiert werden können.

5.2. Leistungsstabilisierung

Die besten Ergebnisse[1] der Leistungsstabilisierung eines Lasers im Detektionsband von *Advanced LIGO* wurden mit einem in Abb. 5.2 skizzierten Aufbau erreicht. Zur Leistungsmessung wurden Photodioden verwendet. Ein Hauptproblem bei der Leistungsstabilisierung ist, dass die Empfindlichkeit der Detektion nicht reicht, um die Anforderungen von *Advanced LIGO* vor allem bei niedrigen Fourier-Frequenzen zu erfüllen. Bisher konnte die Ausgangsleistung keines Lasers auf das geforderte Niveau stabilisiert werden. Ein unbekannter Rauschprozess zwischen der Aufspaltung des Strahls und den Signalen der beiden Photodioden limitiert die Messempfindlichkeit (siehe grün unterlegter Bereich in Abb. 5.2).

Im Rahmen dieser Arbeit wurde untersucht, ob Strahlpositionsfluktuationen[2] auf der Photodiode diese Rauschquelle sein könnten, die momentan das Leistungsstabilisierungs-Experiment limitiert. Dazu wurde zunächst die Kopplung zwischen Strahlpositionsfluktuationen und dem Signal der Photodioden untersucht und anschließend aus gemessenen Strahlpositionsfluktuationen eine Rauschprojektion berechnet.

[1] dargestellt in Abb. 3.3

[2] Die Strahlposition auf der Photodiode beschreibt im Gegensatz zur Strahllage nur die Position und nicht den Winkel der Strahlachse zur Photodiode.

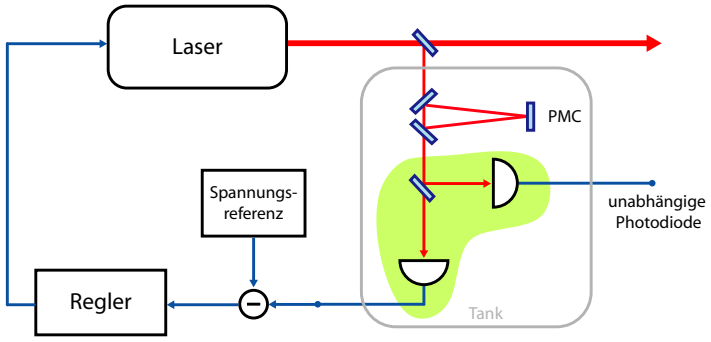


Abbildung 5.2.: Typischer Aufbau einer Leistungsstabilisierung im Laborexperiment. Der PMC dient zur passiven Strahllagestabilisierung und der Tank isoliert das Teilsystem von Umwelteinflüssen. Im grün unterlegten Bereich limitiert eine unbekannte Rauschquelle die Detektionsempfindlichkeit.

5.2.1. Kopplung von Strahlpositionsfluktuationen

Die Sensitivität S einer Photodiode ist über den Photostrom I und die Leistung P des auftreffenden Laserstrahls definiert:

$$S = \frac{I}{P} \tag{5.1}$$

Die Flächendichte der Sensitivität einer Photodiode sei mit $\sigma(x, y)$ bezeichnet. Trifft nun ein Gauß'scher Strahl senkrecht auf die Photodiode, so ergibt sich folgende Sensitivität S der Photodiode, wobei $|U_0|^2$ nach Gleichung 2.2 die dimensionslose Leistungsverteilung des Strahls ist:

$$S(x, y) = \int \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y' \, \sigma(x', y') \cdot |U_0(x' - x, y' - y)|^2 \tag{5.2}$$

Die Sensitivität ist abhängig von der Strahlposition mit den Koordinaten (x, y). Unter der Strahlposition wird hierbei die Position der Strahlachse auf der Photodiode verstanden. Die relative Sensitivität $S(x, y)/S_0$ ist die auf den Arbeitspunkt (x_0, y_0) auf der Photodiode normierte Sensitivität. Dabei wird die Definition $S_0 = S(x_0, y_0)$ verwendet.

Geht man nun von einem idealen Gauß'schen Strahl mit konstanter Leistung $P(t) = P_0$ aus, so wird das folgende relative Leistungsrauschen von der Photodiode detektiert, wenn die Strahlposition auf der Photodiode nicht konstant ist:

$$\frac{\delta P_{\mathrm{Det}}}{P_0}(t) = \frac{S(x(t), y(t))}{S_0} \tag{5.3}$$

Die lineare Kopplung zwischen Strahlpositionsfluktuationen $(x(t), y(t))$ und dem detektierten relativen Leistungsrauschen berechnet sich dann wie folgt:

$$\frac{\delta P_{\mathrm{Det}}}{P_0}(t) \approx \frac{\nabla S(x,y)}{S_0} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

Unter der Annahme, dass die Strahlpositionsfluktuationen entlang der x- und y-Achse unkorreliert und die LSD gleich ist, ergibt sich:

$$\frac{\delta P_{\mathrm{Det}}}{P_0}(f) \approx K_S \cdot x(f) \qquad \text{mit} \qquad K_S = \left| \frac{\nabla S(x,y)}{S_0} \right| \tag{5.5}$$

Die Kopplungskonstante K_S wurde nun auf verschiedene Weisen experimentell bestimmt:

Verwendet wurde eine InGaAs-Photodiode mit 2 mm Durchmesser vom Typ C30642 des Herstellers *PerkinElmer*[3]. Das Fenster der Photodiode wurde entfernt, um Interferenzen und Reflektionen an diesem ausschließen zu können. Ein Bild dieser Photodiode ist in Abb. 5.3 dargestellt. Die Orientierung des verwendeten Koordinatensystems der Strahlposition ist angedeutet.

Die Photodiode wurde nun auf Translationstische[4] mit einer Auflösung von unter 1 μm montiert. Die Translationstische können von einem Computer gesteuert werden. Damit ist es möglich, die Position der Photodiode senkrecht zur optischen Achse des auftreffenden Strahls und damit die Strahlposition auf der Photodiode zu verändern.

Eine Zeichnung des generellen optischen Aufbaus der folgenden Experimente befindet sich in Anhang C.5.

Lokale Abtastung

Der Laserstrahl eines MISERs wurde mit einer Linse auf die Photodiode fokussiert. Der Strahl hatte einen Radius von maximal 25 μm auf der Photodiode[5], bei einer

[3] Genau diese Photodioden werden auch im Leistungsstabilisierungs-Experiment eingesetzt. Die Seriennummer der untersuchten Photodiode lautet A4302.

[4] Verwendet wurden zwei M-405.CG von der Firma *Physik Instrumente*.

[5] Der Strahlradius wurde vorher mit einer CCD-Kamera überprüft.

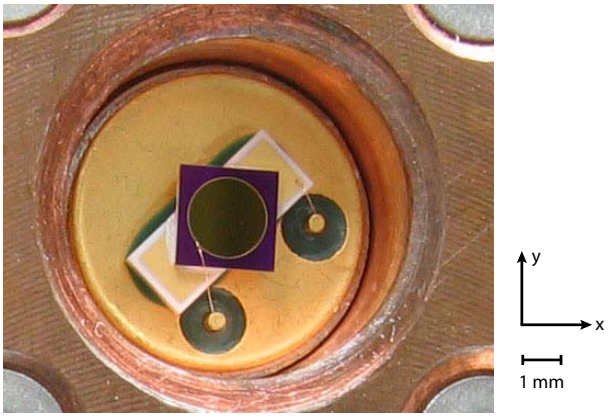


Abbildung 5.3.: Photo der verwendeten Photodiode. Typ C30642 von *PerkinElmer*.

Leistung von ca. 1 mW. Die Leistung des Lasers wurde während der Messung mit einer weiteren Photodiode stabilisiert.

Die Sensitivität der Photodiode wurde nun gemessen, indem mit einer A/D-Wandlerkarte das Signal dieser aufgezeichnet wurde, während die Photodiode mit den Translationstischen entlang eines Rasters verschoben wurde. Das Spannungssignal des Transimpedanzverstärkers der Photodiode ist proportional zum Photostrom I und bei konstant angenommener Laserleistung P ist das Signal auch proportional zur Sensitivität.

Beim Leistungsstabilisierungs-Experiment beträgt der Strahlradius auf der Photodiode ca. 420 μm. Dementsprechend ist der hier zur Abtastung verwendete Strahl wesentlich kleiner. Das Signal der Photodiode ist also näherungsweise proportional zur Flächendichte der Sensitivität $\sigma(x, y)$.

Aus der so gemessenen Flächendichte lässt sich die Sensitivität für einen Strahl von 420 μm Strahlradius und anschließend der Kopplungsfaktor $K_S(x, y)$ berechnen. Die gemessene Abtastung und die beiden daraus berechneten Abtastungen sind in Abb. 5.4 dargestellt.

Ähnliche Untersuchungen an anderen Photodioden wurden z. B. in [Trö05] durchgeführt.

Integrale Abtastung

Anstatt einen sehr kleinen Strahlradius zum Abtasten zu verwenden, wurde auch ein Strahl mit einem Radius von ca. 420 μm bei einer Leistung von ca. 50 mW benutzt. So konnte die Sensitivität für einen Strahlradius, der auch beim Leistungsstabilisierungs-Experiment verwendet wird, direkt gemessen werden. Die Abtastung wurde mit einem größeren Strahl, ansonsten aber wie im vorherigen Absatz beschrieben,

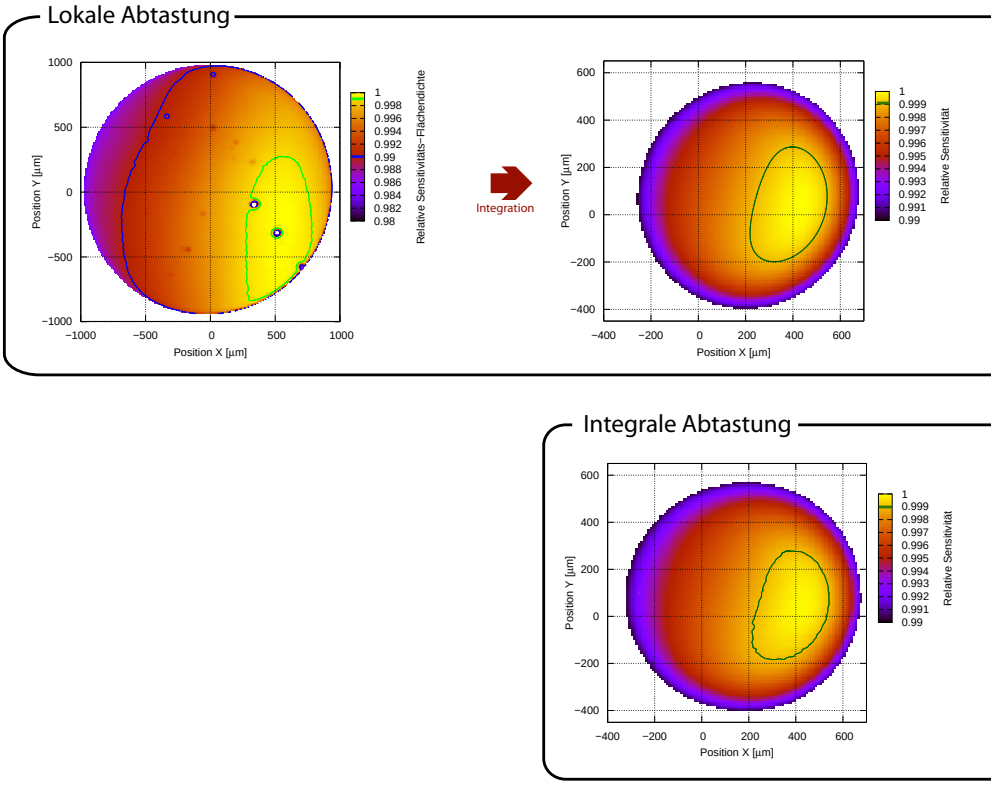
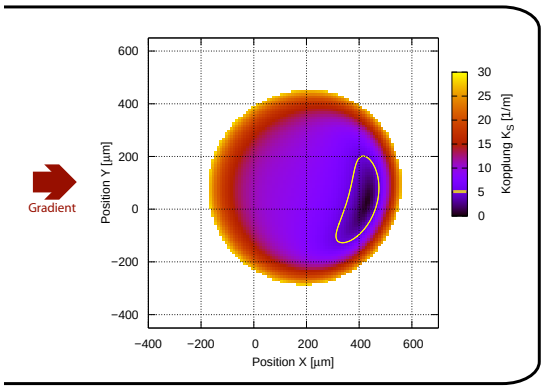
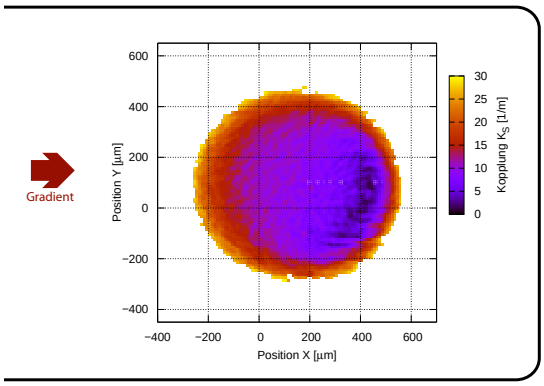
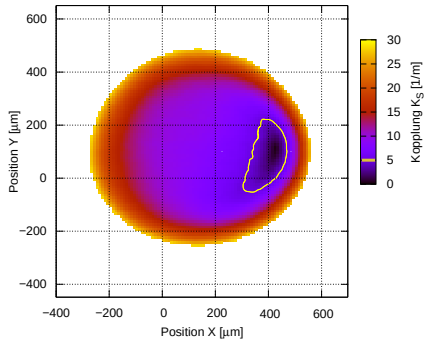


Abbildung 5.4.: Photodioden-Sensitivitätsabtastungen. Dargestellt ist ortsaufgelöst die Flächendichte der Sensitivität, die Sensitivität und die Kopplung K_S. Die Abtastungen wurden mit einer Rastergröße von $10\,\mu\text{m} \times 10\,\mu\text{m}$ durchgeführt. Weiße Bereiche befinden sich außerhalb der dargestellten Skala. Aus einigen Abtastungen wurden andere Größen berechnet, was durch einen roten Pfeil angedeutet ist. Zusätzlich sind in einigen Abtastungen zum besseren Vergleich Isolinien dargestellt.





Gradienten Abtastung



durchgeführt. Aus der gemessenen Sensitivität wurde dann numerisch der Gradient berechnet, um den Kopplungsfaktor K_S zu bestimmen. Diese beiden Abtastungen sind ebenfalls in Abb. 5.4 dargestellt.

Gradienten-Abtastung

Schließlich wurde der Kopplungsfaktor K_S direkt gemessen. Dazu wurde ein Strahl von 420 μm Radius verwendet, dessen Position auf der Photodiode mit einem PZT-Spiegel bei einer Modulationsfrequenz $\Omega/2\pi = 1,3\,\mathrm{kHz}$ und einer Amplitude von $m \approx 1\,\mu\mathrm{m} \ldots 2\,\mu\mathrm{m}$ moduliert wurde. Das Signal der Photodiode wurde mit einer dafür entwickelten Elektronik mit dem Modulationssignal demoduliert. Das demodulierte Signal wurde dann wieder mit der A/D-Wandlerkarte aufgezeichnet, während die Strahlposition $(x(t), y(t))$ der Photodiode langsam gegenüber der Modulationsfrequenz mithilfe der Translationstische verändert wurde.

Bei der Modulation der Position entlang der x-Achse wird folgendes Signal von der Photodiode detektiert:

$$\begin{aligned} h_1(t) &\propto S(x(t) + m\cos(\Omega t), y(t)) && (5.6)\\ &\approx S(x(t), y(t)) + m\cos(\Omega t)\cdot \partial_x S(x(t), y(t)) && (5.7)\end{aligned}$$

In der Demodulationselektronik wird dieses Signal h_1 mit einem Bandpass bei der Modulationsfrequenz gefiltert und mit der Modulation $\cos(\Omega t)$ phasengleich multipliziert:

$$h_2(t) \propto m\cos^2(\Omega t)\cdot \partial_x S(x(t), y(t)) \tag{5.8}$$

Schließlich wird das Signal h_2 mit einem Tiefpass zeitlich gemittelt:

$$h_3(t) \propto m\,\overline{\cos^2(\Omega t)}\cdot \partial_x S(x(t), y(t)) = \frac{m}{2}\cdot \partial_x S(x(t), y(t)) \tag{5.9}$$

Das Signal der Demodulationselektronik h_3 ist also proportional zur Ableitung von $S(x, y)/S_0$ nach x. Entsprechend kann die Ableitung entlang der y-Achse mit einer Modulation entlang der y-Achse gemessen werden.

Die Demodulationselektronik wurde mit einem Spektrum-Analysator (*SR785*) kalibriert. Die Modulation der Strahlposition wurde über eine QPD kalibriert, die wiederum über Mikrometerschrauben mit ablesbarer Skala kalibriert wurde.

Zwei Abtastungen wurden durchgeführt, wobei einmal entlang der x- und einmal entlang der y-Achse moduliert wurde. Beide Abtastungen wurden dann zusammengefasst, um K_S zu berechnen. In Anhang D befindet sich ein Blockdiagramm, der Schaltplan und die Transferfunktion der verwendeten Demodulationselektronik. Die Demodulationselektronik hat eine Bandbreite von ca. 100 Hz. Mithilfe der Translationstischen wurde die Position der Photodiode wesentlich langsamer verschoben,

sodass das Demodulationssignal mit ca. 10 Hz aufgenommen wurde. Der so direkt gemessene Kopplungsfaktor K_S ist auch in Abb. 5.4 dargestellt.

Die lokale Abtastung der Photodiode zeigt kleine lokale Minima der Sensitivitäts-Flächendichte, die auf Staub auf der Photodiode zurückzuführen sind. Das Fenster der verwendeten Photodiode wurde nur wenige Stunden vor der dargestellten Abtastung entfernt. Beim Einbau der Photodiode scheint sich trotz großer Sorgfalt Staub auf der Oberfläche abgesetzt zu haben. Die Sensitivitäts-Flächendichte nimmt von der linken zur rechten Seite graduell um etwa 2% zu. Ein Messartefakt kann dabei nahezu ausgeschlossen werden, da Messungen mit gedrehter Abtastrichtung und mit variierter Leistung das gleiche Messergebnis lieferten.

Bei der integralen Abtastung erkennt man, dass die lokalen Minima aufgrund von Staub auf der Oberfläche durch den Mittelungseffekt des großen Strahls keine Rolle mehr spielen. Die höhere Sensitivitäts-Flächendichte auf der rechten Seite der Photodiode führt dort zu einer höheren Sensitivität. Das Sensitivitätsmaximum befindet sich also nicht in der geometrischen Mitte der Photodiode. Die aus der lokalen Abtastung berechnete Sensitivität stimmt sehr gut mit der gemessenen Sensitivität überein.

Die Gradienten-Abtastung bestätigt das Ergebnis der integralen Abtastung, dass das Maximum der Sensitivität nach rechts aus der geometrischen Mitte verschoben ist. Sowohl aus der lokalen, als auch aus der integralen Abtastung wurde die Kopplung K_S auch numerisch berechnet. Sie stimmt ebenfalls mit der direkt gemessenen Kopplung überein. Die aus der integralen Abtastung bestimmte Kopplung ist stärker verrauscht als bei den anderen Messungen.

An einem Arbeitspunkt der Photodiode wurde die Abhängigkeit der Kopplung von der Fourier-Frequenz der Strahlpositionsmodulation gemessen. Dazu wurde mit einem Spektrum-Analysator der PZT-Spiegel moduliert. Die durch den PZT-Spiegel hervorgerufene Strahlpositionsmodulation wurde mit einer kalibrierten QPD gemessen. Eine Transferfunktion vom Signal der QPD zum Signal der Photodiode wurde mit dem Spektrum-Analysator gemessen. Diese Transferfunktion ist in Abb. 5.5 dargestellt. In dem gemessenen Fourier-Frequenzband von 1 Hz bis 1 kHz ist die Kopplung K_S unabhängig von der Fourier-Frequenz. Für Fourier-Frequenzen ab ca. 1 kHz wird die Messung durch mechanische Resonanzen des verwendeten PZT-Spiegels verfälscht.

5.2.2. Rauschprojektion

Im vorherigen Abschnitt wurde die Kopplung zwischen Strahlpositionsfluktuationen auf der Photodiode und dem detektierten relativen Signal gemessen. Um eine Rauschprojektion für das relative Leistungsrauschen zu berechnen, wurden die vorhandenen Strahlpositionsfluktuationen gemessen.

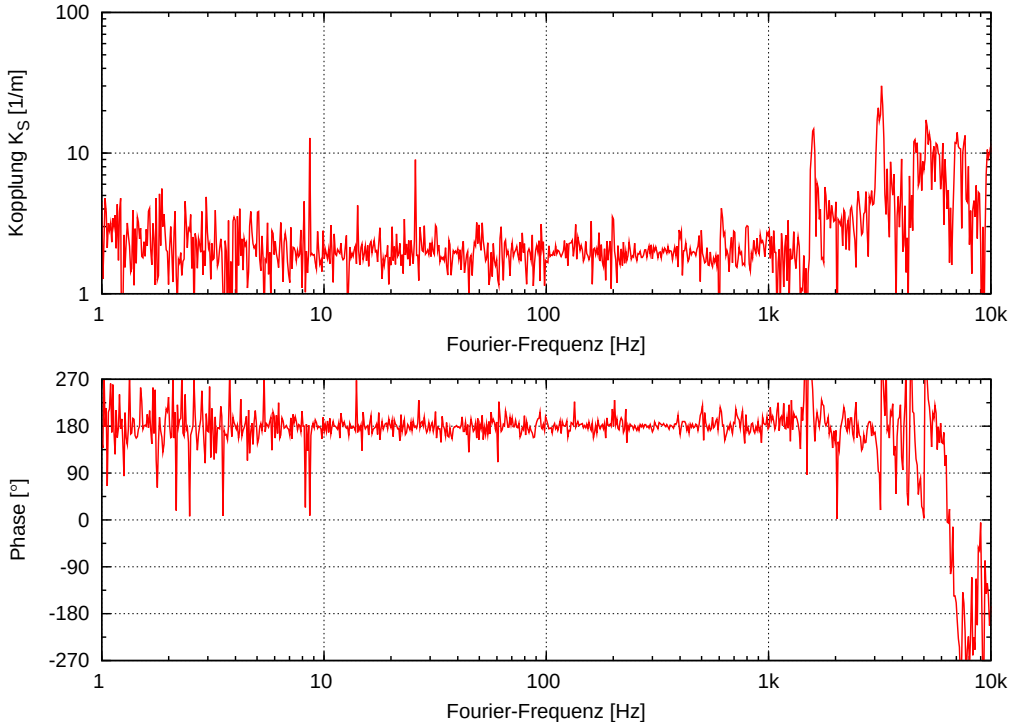


Abbildung 5.5.: Frequenzabhängigkeit der Kopplung K_S. Die Messung ist nur bis ca. 1 kHz aussagekräftig, da bei ca. 3 kHz die erste mechanische Resonanz des PZT-Spiegels liegt.

Dazu wurde an genau der Stelle, an der später eine Photodiode beim Leistungsstabilisierungs-Experiment stehen wird, eine QPD platziert. Über das Differenzsignal der Quadranten lässt sich die Position des Strahls auf der QPD sehr genau messen. Zur passiven Strahllagestabilisierung wird ein Ringresonator im Leistungsstabilisierungs-Experiment verwendet, der je nach Polarisation eine Finesse von $\mathcal{F} = 200$ oder $\mathcal{F} = 4000$ besitzt. Mit einem Spektrum-Analysator wurde die LSD der Strahlpositionsfluktuationen gemessen. Dabei wurde einmal ohne Ringresonator, einmal mit dem Ringresonator in der niedrigen Finesse und einmal in der hohen Finesse gemessen. In Abb. 5.6 sind diese Messungen abgebildet.

Die Messung ist teilweise durch das Dunkelrauschen der QPD begrenzt. Aus der Messung ohne Ringresonator und der Filtereigenschaft des Resonators für Strahllagefluktuationen wurde das zu erwartende Niveau der Strahlpositionsfluktuationen

hinter dem Resonator berechnet[6]. Unterhalb von ca. 40 Hz ist die Messung nicht durch das Dunkelrauschen der QPD limitiert und es zeigt sich ein goßer Unterschied zwischen den Strahlpositionsfluktuationen in der hohen Finesse und dem erwarteten Niveau. Dieser Unterschied könnte z.B. durch Bewegungen der QPD relativ zum Ringresonator oder durch Luftströmungen im Strahlengang zwischen dem Ringresonator und der QPD hervorgerufen werden. Denkbar wäre auch, dass sich das elektronische Rauschen der QPD mit Licht auf der Photodiode im Vergleich zum Dunkelrauschen ändert.

Die Position des Strahls auf der Photodiode wird momentan durch Maximieren der Sensitivität justiert. Berücksichtigt man die Auflösung der verwendeten Messgeräte und die Leistungsschwankungen des Lasers, so ist eine Justierung auf 1×10^{-3} des Maximums möglich. Bei dieser Annahme befindet sich der Strahl innerhalb des in Abb. 5.4 eingezeichneten Bereichs der relativen Sensitivität. Dieser Bereich ist maximal $320\,\mu\text{m} \times 480\,\mu\text{m}$ groß. Die Kopplung K_S nimmt in diesem einen maximalen Wert von $K_S = 22\,/\text{m}$ an.

Bei der Leistungsstabilisierung wird der Resonator in der hohen Finesse betrieben. Benutzt man die gemessenen Strahlpositionsfluktuationen (s. Abb. 5.6), so ergibt sich die in Abb. 5.7 dargestellte Rauschprojektion des relativen Leistungsrauschens durch Strahlpositionsfluktuationen. Zum Vergleich ist in der Abbildung ebenfalls das beste bisher erreichte Leistungsrauschen dargestellt. Momentan sind Strahlpositionsfluktuationen auf der Photodiode nicht die limitierende Rauschquelle.

Neben dieser Photodiode ohne Fenster wurden auch Photodioden mit Fenster[7] untersucht. Allerdings passte dort die aus der integralen Abtastung berechnete Kopplung K_S nicht mit der direkt gemessenen überein. Wahrscheinlich sind Interferenzeffekte und Rückreflektionen am Fenster dafür verantwortlich. Die Kopplung K_S befand sich in diesen Fällen jedoch in der gleichen Größenordnung wie bei der Photodiode ohne Fenster.

5.3. Strahlgeometrie- und Strahllagestabilisierung

Sowohl die Strahlgeometrie- als auch die Strahllagestabilisierung wird mithilfe eines Ringresonators, dem sogenannten PMC, realisiert. Die passive Filterung der Strahlgeometrie basiert auf der modenabhängigen Resonanzfrequenz des Resonators und wurde z. B. in [RSS+81, WUG+98] untersucht. Auf dem gleichen Prinzip beruht die passive Filterung von Strahllagefluktuationen. Unter anderem wurde die Abhängigkeit von den Designparametern des Resonators untersucht. Die Strahllage kann

[6] Die berechnete Filtereigenschaft des Resonators wurde experimentell überprüft, indem ein deutliches Signal mit einem PZT-Spiegel vor dem Resonator aufgeprägt wurde. Die Unterdrückung des Signals durch den Resonator stimmt mit den berechneten Werten überein.

[7] Eine Photodiode hatte hierbei ein unbeschichtetes und eine andere ein AR-beschichtetes Fenster.

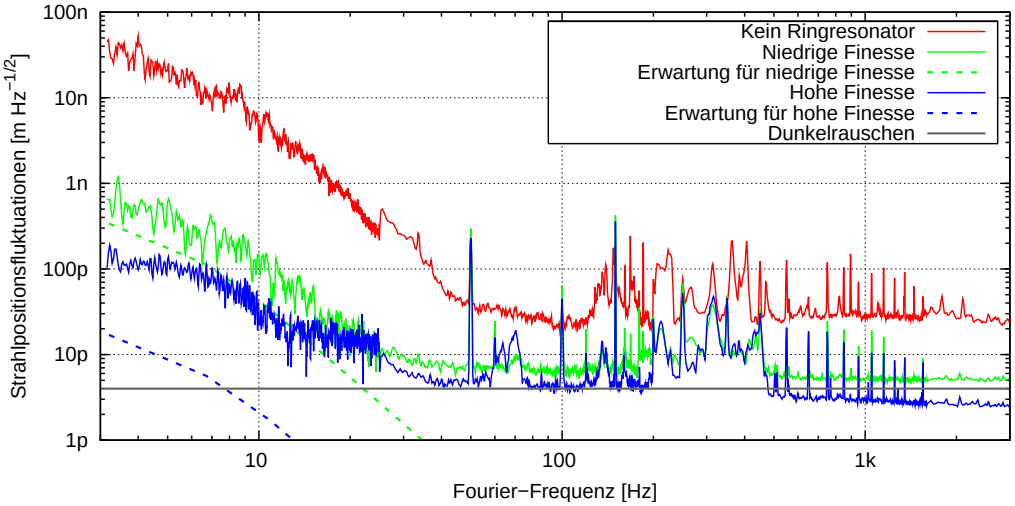


Abbildung 5.6.: Strahlpositionsfluktuationen auf der Photodiode. Dargestellt sind die mit einer QPD gemessenen Strahlpositionsfluktuationen in vertikaler Richtung mit und ohne Ringresonator. Das Dunkelrauschen wurde bei abgedunkelter QPD gemessen. Die Erwartungen an die Strahlpositionsfluktuationen mit Ringresonator wurden berechnet.

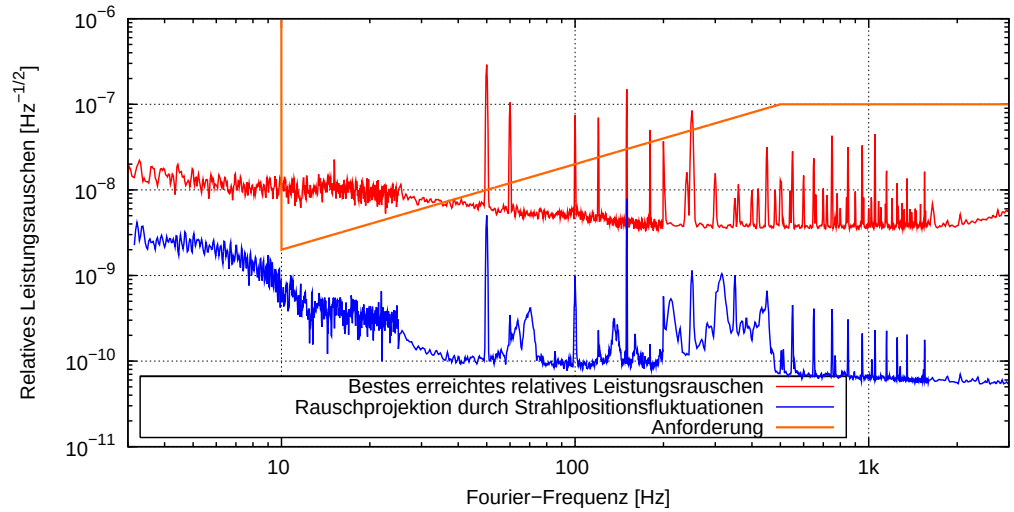


Abbildung 5.7.: Rauschprojektion des relativen Leistungsrauschens durch Strahlpositionsfluktuationen und das beste bisher erreichte relative Leistungsrauschen [Sei05] im Vergleich.

darüber hinaus noch aktiv mithilfe von PZT-Spiegeln stabilisiert werden. Damit ist es möglich, vor allem bei niedrigen Fourier-Frequenzen die Strahllage zusätzlich zu stabilisieren.

5.3.1. Resonatorfilterung

Die Strahlgeometrie wird in Transmission eines Resonators durch die Unterdrückung von höheren HG Strahlen gefiltert. Durch die Unterdrückung der HG Strahlen erster Ordnung wird zudem die Strahllage stabilisiert.

Der Resonator besteht wie in Abb. 2.4 dargestellt aus zwei planen Spiegeln mit gleichen Transmissionskoeffizienten und einem gekrümmten Spiegel mit einem sehr viel kleineren Transmissionskoeffizienten. Dadurch sind die Verluste im Resonator durch die Transmissivität der planen Spiegel dominiert. Die Impedanz ist dann gut angepasst, wodurch im Resonanzfall der Großteil des einfallenden Strahls am Resonator transmittiert wird.

Die wichtigsten Designparameter die diese Filterung am meisten beeinflussen sind die Finesse $\mathcal{F}$ und die Gouyphase bei einem Umlauf ζ_0. Die Abhängigkeiten der Filterwirkungen von diesen Designparametern ist im Folgenden beschrieben.

Strahlgeometriefilterung

Der auf den Resonator einfallende Strahl sei in der Form nach Gleichung 3.1 dargestellt. Die Leistung P_h in höheren HG Strahlen vor der Filterung durch den Resonator ist dann:

$$\frac{P_h}{P_0} = \sum_{l+m>0} |c_{l,m}|^2 \tag{5.10}$$

Die Transmission dieser höheren Moden bei einem Resonator, der auf die Grundmode stabilisiert ist, ergibt sich nach Gleichung 3.39. Damit berechnet sich die Leistung P_f in höheren HG Strahlen des transmittierten Strahls bezogen auf die einfallende Leistung P_0 wie folgt[8]:

$$\frac{P_f}{P_0} = \sum_{l+m>0} \frac{|c_{l,m}|^2}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2[(\zeta_0(l+m) + l \cdot \pi)/2]} \tag{5.11}$$

Die relative Leistung der höheren HG Strahlen im transmittierten Strahl ergibt sich dann folgendermaßen:

$$\left(\frac{P_h}{P_0}\right)' = \frac{P_f/P_0}{P_f/P_0 + (1 - P_h/P_0)} \tag{5.12}$$

[8] Dabei sind natürlich sämtliche resonatorinternen Verluste vernachlässigt.

Neben der Finesse $\mathcal{F}$ und der Gouyphase eines Umlaufs ζ_0 spielt auch die Leistungsverteilung $|c_{l,m}|^2$ der HG Strahlen eine Rolle für die Filterleistung des Resonators. Mit der Variation der Gouyphase kann die Filterwirkung des PMCs optimiert werden.

Generell lässt sich die Gouyphase ζ_0 mit der Umlauflänge und dem Krümmungsradius des nicht planaren Resonatorspiegels beeinflussen:

$$\zeta_0 = 2 \cdot \arctan \sqrt{\frac{l_R}{2R_R - l_R}} \tag{5.13}$$

Die Gouyphase eines Umlaufs von realisierbaren Resonatoren liegt in der Umgebung von 90°. Bei den Extrema von 0° und 180° wird der Strahlradius auf den Spiegeln des Resonators beliebig groß. Bei dem Spezialfall einer Gouyphase von 90° beträgt die Umlauflänge genau zwei Rayleighlängen. Der maximale Strahlradius auf den Spiegeln ist dann minimal.

Strahllagefilterung

Die passive Filterung von Strahllagefluktuationen bei kleinen Fourier-Frequenzen ist abhängig von der Finesse und der Gouyphase bei einem Umlauf (s. Gleichung 2.68):

$$|U_x| = |ue^{i\tau}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\zeta_0/2)}} \tag{5.14}$$

$$|U_y| = |ue^{i\tau}| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\zeta_0/2 + \pi/2)}} \tag{5.15}$$

Für einen Ringresonator mit drei Spiegeln sind die Unterdrückungsfaktoren für Strahllagefluktuationen entlang der Tangential- und Sagittalebene im Allgemeinen unterschiedlich.

Um den Einfluss der Gouyphase zu veranschaulichen, ist in Abb. 5.8 der Unterdrückungsfaktor der höheren Moden P'_h/P_h und die Unterdrückung von Strahllagefluktuationen $|U_{x/y}|$ abhängig von der Gouyphase dargestellt. Dabei wurde exemplarisch die gemessene Strahlzusammensetzung des 12 W Ringlasers verwendet (s. Abb. 4.8).

Sobald die Strahlgeometrie des Ausgangsstrahls des 200 W Lasers für *Advanced LIGO* gemessen wurde, kann anhand dieser hier exemplarisch vorgeführten Analyse ein PMC entworfen werden, der die Strahlgeometrie und die Strahllage optimal filtert.

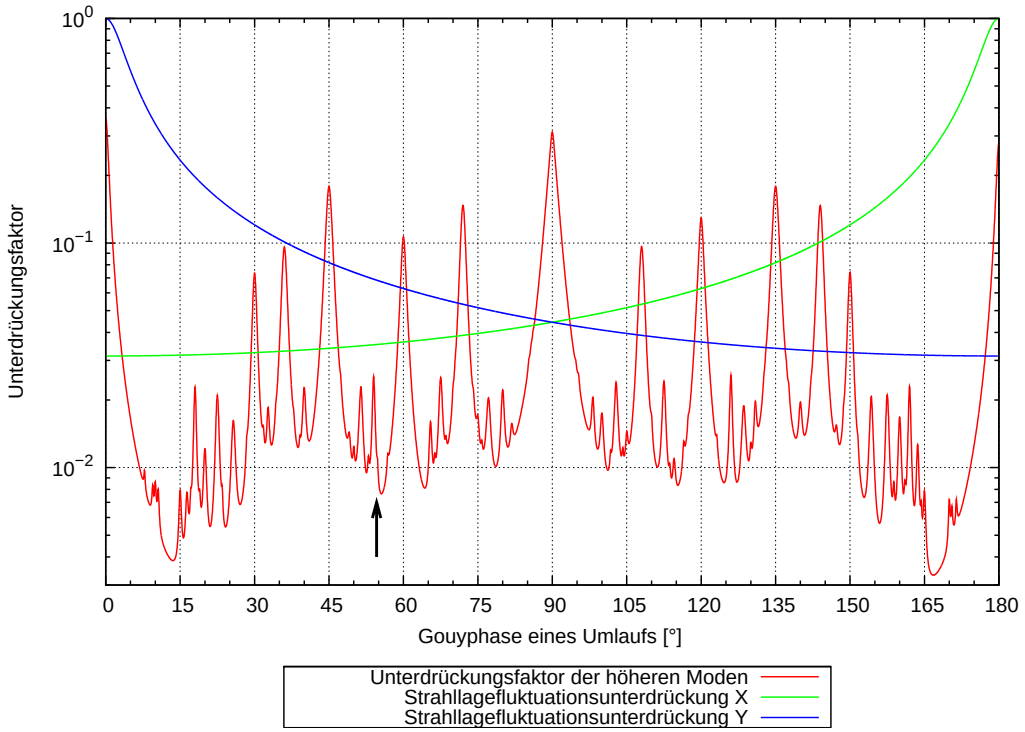


Abbildung 5.8.: Resonatorfiltereigenschaften abhängig von der Gouyphase eines Umlaufs. Zur Berechnung der Unterdrückung der höheren Moden wurde die Modenzusammensetzung des 12 W Ringlasers benutzt, die mit einer Modenabtastung gemessen wurde. Es wurde eine Finesse $\mathcal{F} = 50$ angenommen. Die Gouyphase des PMCs vom aktuellen LIGO Detektor von 55° ist in der Abbildung markiert.

5.3.2. Aktive Strahllagestabilisierung

Genügt die passive Filterung von Strahllagefluktuationen durch den PMC nicht, um die Anforderungen von *Advanced LIGO* zu erfüllen, kann eine aktive Stabilisierung in Betracht gezogen werden. In Abschnitt 3.5 wurde die Messung der Strahllage in Bezug auf die Grundmode eines Resonators beschrieben. Verwendet man dieses Verfahren, um die Strahllage in Bezug zum PMC zu messen, kann über PZT-Spiegel vor der Einkopplung die Strahllage geregelt werden.

Ein solches Experiment wurde an einem PMC, der baugleichen zum PMC des aktuellen LIGO Detektors ist, durchgeführt. In Anhang B befindet sich die technische Dokumentation dieses Experiments. Im Folgenden ist eine kurze Zusammenfassung des Funktionsprinzips wiedergegeben:

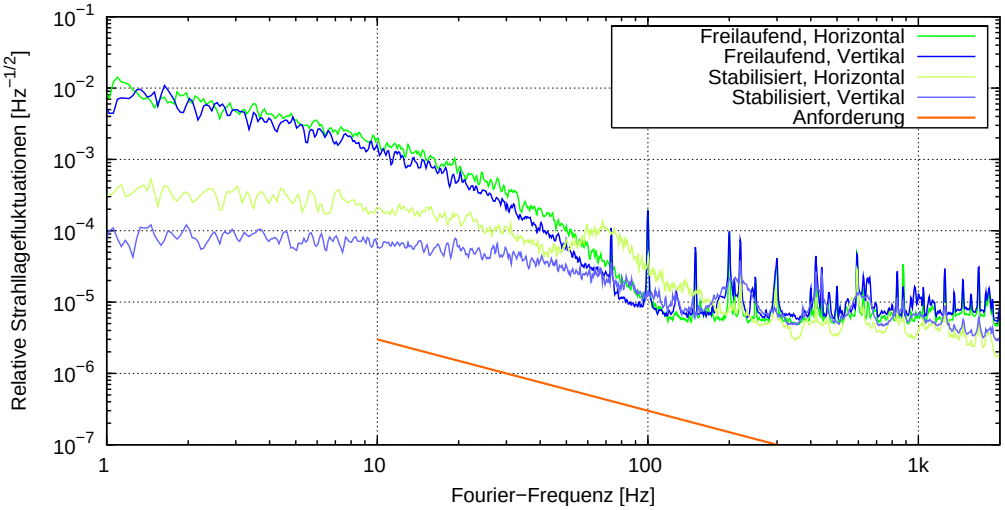


Abbildung 5.9.: Vergleich der Strahllagefluktuationen mit und ohne aktive Stabilisierung. In beiden Fällen ist die Strahllage nicht durch einen Resonator passiv stabilisiert.

Die Lage des einfallenden Strahls wird mit dem DWS-Verfahren gemessen. Mit zwei PZT-Spiegeln, die sich vor dem Resonator befinden, kann der Strahl jeweils um die x- und y-Achse verkippt werden. Die Verkippung der beiden PZT-Spiegel erzeugt bestimmte Strahllageänderungen $\epsilon_{0,i}$ $(i = 1, 2)$ (s. Gleichung 2.27) an der Resonatorstrahltaille. Mithilfe einer Orthogonalisierungs-Elektronik werden nun Linearkombinationen der demodulierten QPDn Signale berechnet, sodass für die berechneten Signale h_i gilt:

$$\epsilon = h_1 \cdot \epsilon_{0,1} + h_2 \cdot \epsilon_{0,2} \tag{5.16}$$

Diese Signale h_i sind die Fehlersignale für die entsprechenden PZT-Spiegel. Über Regler wird dann der einfallende Strahl auf die Lage der Grundmode des PMCs stabilisiert.

In Abb. 5.9 ist ein Vergleich der Strahllagefluktuationen mit und ohne aktive Stabilisierung dargestellt. Die Messung bei aktiver Stabilisierung ist allerdings eine Messung innerhalb des Regelkreises, da eine unabhängige Messung der Strahllage nicht möglich war.

Das ursprüngliche Ziel des Experiments war eine automatische Justierungshilfe für den PMC; dieses Experiment wurde deshalb nicht auf Regelungsbandbreite optimiert. Durch die mechanischen Resonanzen der PZT-Spiegel ist die Bandbreite der Regelkreise beschränkt. Die Fourier-Frequenz, bei der die Regelkreise eine Verstär-

kung von eins haben, liegt zwischen 60 Hz und 200 Hz. Durch bessere PZT-Spiegel und eine stabilere Halterung lässt sich die Bandbreite voraussichtlich erhöhen und damit die Bandbreite, mit der Strahllagefluktuationen unterdrückt werden können.

Das Experiment zeigt, dass eine aktive Stabilisierung der Strahllage nach diesem Prinzip möglich ist. Erst wenn die freilaufenden Strahllagefluktuationen des *Advanced LIGO* Lasers gemessen wurden und der PMC entworfen wurde, kann entschieden werden, ob eine aktive Stabilisierung nötig ist.

6. Zusammenfassung

Interferometrische Gravitationswellendetektoren benötigen Lasersysteme mit sehr hohen Anforderungen an die Leistungs-, Frequenz- und Strahllagestabilität. Gleichzeitig wird eine hohe Ausgangsleistung im Gauß'schen Grundmode benötigt. Nur wenn das Lasersystem diese Anforderungen erfüllt, kann der Detektor seine Designempfindlichkeit erreichen.

Die freilaufenden Lasersysteme erfüllen die Anforderungen der Gravitationswellendetektoren nicht. Deshalb werden sie aktiv durch Regelkreise und passiv durch die Filtereigenschaften optischer Resonatoren stabilisiert.

Die Voraussetzung für jede aktive Stabilisierung ist die Entwicklung empfindlicher Messmethoden. Damit lässt sich zunächst das Lasersystem charakterisieren, um ein Stabilisierungskonzept zu entwickeln. Im nächsten Schritt werden die Messmethoden benötigt, um in einem Regelkreis die zu stabilisierende Größe mit der nötigen Empfindlichkeit zu messen. Letztendlich dienen sie der Verifizierung, dass das stabilisierte Lasersystem die gestellten Anforderungen erfüllt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Experimente und Messmethoden zur Charakterisierung von Lasersystemen für Graviationswellendetektoren entwickelt. Charakterisiert wurden die Ausgangsleistung, das Leistungsrauschen, das Frequenzrauschen, die Strahlgeometrie und die Strahllagefluktuationen.

Die beiden für die Charakterisierung entwickelten und ausführlich dokumentierten Experimente – die Schwebungsmessung und das Auto-Alignment – wurden auf transportablen Grundplatten aufgebaut, mit denen es möglich ist, Lasersysteme an verschiedenen Orten unter geringem Aufwand zu charakterisieren.

Drei verschiedene Lasersysteme wurden exemplarisch charakterisiert. Unter anderem handelte es sich dabei um das GEO600 Lasersystem und um einen neuen Verstärker mit 40 W Ausgangsleistung.

Ziel ist es, das noch in der Entwicklung befindliche 200 W Lasersystem für den *Advanced LIGO* Detektor mithilfe dieser Experimente zu charakterisieren. Die Messempfindlichkeit reicht aus, um das unstabilisierte Lasersystem charakterisieren zu können. Jedoch reicht die Messempfindlichkeit in einigen Aspekten noch nicht, um ein auf die Anforderungen von *Advanced LIGO* stabilisiertes Lasersystem charakterisieren zu können.

Neben der Entwicklung der Charakterisierungs-Methoden wurden drei Teilaspekte der Stabilisierung näher untersucht: das Detektionslimit der Leistungsrauschmes-

sung mit Photodioden durch Strahlpositionsfluktuationen, die aktive und passive Strahllagestabilisierung sowie die Strahlgeometriestabilisierung mithilfe eines Resonators. Diese Untersuchungen haben ergeben, dass das Leistungsstabilisierungs-Experiment zur Zeit nicht durch Strahlpositionsfluktuationen auf der Photodiode limitiert ist.

Die in dieser Arbeit entwickelten Techniken und Messaufbauten werden bei der Charakterisierung, Stabilisierung und Optimierung des *Advanced LIGO* PSLs eine entscheidende Rolle spielen. Ferner werden diese oder weiter optimierte Messmethoden zur Diagnose des *Advanced LIGO* Detektors eingesetzt werden.

A. Technische Dokumentation der Schwebungsmessung

Die Dokumentation des Schwebungsmessungs-Experiments, die sich auf den nächsten Seiten befindet, kann als eigenständiges Dokument verwendet werden. Deshalb besitzt dieser Anhang ein eigenständiges Inhaltsverzeichnis sowie ein zusätzliches Literaturverzeichnis mit den für das Dokument relevanten Verweisen.

Schwebungsmessung

Technische Dokumentation

Patrick Kwee (Patrick.Kwee@aei.mpg.de)

Experiment vom 23. Februar 2005, Dokumentation vom 26. September 2005

Inhaltsverzeichnis

A.1. Messprinzip **109**

A.2. Optik **109**
A.2.1. Design . . . 109
A.2.2. Aufbau . . . 110
A.2.3. Justierung . . . 112
A.2.4. Fasern . . . 113

A.3. Regelkreis **114**
A.3.1. Design . . . 114
A.3.2. Signaladdition . . . 115
A.3.3. Transferfunktionen . . . 115

A.4. Phasen-Rauschmessung **116**
A.4.1. Kalibration . . . 116
A.4.2. Messungen . . . 119
A.4.2.1. Rauschquellen . . . 119
A.4.2.2. Dunkelrauschen . . . 119

A.5. Ausblick und Verbesserungen **121**

A.6. Literaturverzeichnis **121**

Wichtige Zahlenwerte und Formeln auf einen Blick

Kalibrationsrampe	Dreieck, $f = 10\,\mathrm{Hz}$, $U_{pp} = 10\,\mathrm{V}$	S. 116
PZT-Kalibration	$C_{PZT} = 0,49\,\mathrm{rad/V}$	S. 117
Spannung der PD im *mid-fringe*	$U_{PD} = -5\,\mathrm{V}$	S. 114
PD-Kalibration	$C_{PD} = 5\,\mathrm{V/rad}$	S. 117
Erste Resonanz des PZTs	$f_R = 11,4\,\mathrm{kHz}$	S. 114
unity gain	$f_{UG} = 130\,\mathrm{Hz}$	S. 116
Wellenlänge der Eingangsstrahlen	$\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$	S. 109
Strahlhöhe	$h = 100\,\mathrm{mm}$	S. 110
Strahltaille am Laserstrahl-Koppler	$w_0 = 1\,\mathrm{mm}$	S. 113
Strahltaille am Faser-Kollimator	$w_0 = 0,99\,\mathrm{mm}$	S. 110
Faserlänge	$l < 10\,\mathrm{m}$	S. 114
Polarisation am Auskoppler FC_1	p-Polarisation	S. 110
Polarisation am Auskoppler FC_2	s-Polarisation	S. 110
Polarisation am Strahlteiler BS_1	s-Polarisation	S. 110
Zulässige Spannung am PZT	$U = 0 \ldots 100\,\mathrm{V}$	
Dynamischer Bereich des PZTs	$\Delta l = 6\,\mu\mathrm{m} \mathrel{\hat{=}} 24\pi = 75\,\mathrm{rad}$	
Max. Leistung auf PD	$P_{max} = 20\,\mathrm{mW}$	
Max. Leistung in den Fasern	$P_{max} \approx 1\,\mathrm{W}$	
Phasenrauschen durch gemeinsames Frequenzrauschen	$\Delta\phi(f) = \frac{2L}{c}\Delta\omega(f)$	S. 119
Vorgetäuschtes Phasenrauschen durch Leistungsrauschen	$\Delta\phi(f) = RIN(f) \cdot \mathrm{rad}$	S. 119
Stabilisierungs-Zeitraum	$T \geq 15\,\mathrm{min}$	S. 114
Phasen-Dunkelrauschen	$S_\phi \approx 1\,\mu\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \ldots 100\,\mu\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$	S. 120
Frequenz-Dunkelrauschen	$S_f \approx 10\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \ldots 100\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$	S. 120
Frequenzrauschen eines MISER-Lasers	$S_{f,miser}(f) = 10\,\mathrm{kHz}\sqrt{\mathrm{Hz}}/f$	S. 119

Diese technische Dokumentation beschreibt ein Experiment zur Messung der Schwebung (Beat) von zwei fasergekoppelten Laserstrahlen, welche sich im Leistungsbereich von $P \approx 10\,\mathrm{mW}$ bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ befinden. Der Versuchsaufbau befindet sich auf einer transportablen Grundplatte. Das Experiment wurde bereits für eine Phasen-Rauschmessung bei einem injektionsgekoppelten Lasersystem aus Master- und Slave-Laser benutzt. Aus der Phasen-Rauschmessung lässt sich das zusätzliche Frequenzrauschen durch den Slave-Laser messen. Die Empfindlichkeit des Experiments liegt in der Größenordnung von $S_f \approx 10 \ldots 100\,\mathrm{mHz}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ in einen Fourier-Frequenzband $f = 1\,\mathrm{Hz} \ldots 100\,\mathrm{kHz}$.

A.1. Messprinzip

Die beiden fasergekoppelten Laserstrahlen werden an einem 50-50 Strahlteiler überlagert und die Leistung der interferierenden Strahlen wird an einem Ausgang des Strahlteilers mit einer Photodiode detektiert. Der Weg eines fasergekoppelten Laserstrahls bis zum Strahlteiler lässt sich mit einem PZT variieren. Ein Regelkreis wird mit dem PZT als Aktuator benutzt, um die Leistung auf der Photodiode bei halber Leistung (*mid-fringe*) zu halten. Für Fourier-Frequenzen unter der Frequenz, bei der der Regelkreis eine Verstärkung von eins hat (*unity gain*, UG), kann der Phasenunterschied zwischen den beiden Eingangsstrahlen in erster Näherung im Stellsignal abgelesen werden; für Frequenzen über UG entsprechend im Fehlersignal, welches der Abweichung der detektierten Leistung vom *mid-fringe* entspricht.

Stammen die beiden Eingangsstrahlen ursprünglich aus derselben Laserquelle, erhält man ein Mach-Zehnder-Interferometer, welches sensitiv gegenüber unterschiedlichen Phasenverzögerungen in beiden Strahlwegen ist.

Aus der linearen spektralen Dichte (LSD) der Phasenunterschiede der beiden Strahlwege lässt sich durch Multiplikation mit der Fourier-Frequenz (entspricht der Ableitung des Zeitsignals) das entsprechende Frequenzrauschen zwischen den beiden Strahlwegen berechnen.

A.2. Optik

A.2.1. Design

Der optische Aufbau passt auf eine $60\,\mathrm{cm} \times 30\,\mathrm{cm}$ große Grundplatte. Bei den verwendeten Komponenten wird darauf geachtet, dass sie möglichst massiv und schwingungsgedämpft sind, da das Experiment auf Phasenunterschiede durch Weglängenunterschiede empfindlich ist.

Makroskopische Weglängenunterschiede führen zu einer Empfindlichkeit gegenüber gemeinsamen Frequenzschwankungen der beiden Eingangsstrahlen. Deshalb wird darauf geachtet, die Wege von den Faserauskopplern zum Strahlteiler möglichst gleichlang zu wählen. Weiterhin entfällt dadurch ein zusätzliches Anpassen der Strahlparameter (*modematching*) der beiden zu überlagernden Strahlen unter der Annahme, dass die Faserauskoppler gleiche Strahlen auskoppeln.

Um die Weglänge eines Eingangsstrahls mit dem PZT mikroskopisch zu variieren ohne unnötige Strahllagefluktuationen zu erzeugen, wird eine Kombination aus $\lambda/4$-Verzögerungsplatte und Polarisationsstrahlteiler verwendet. Dadurch kann der Strahl senkrecht auf den Spiegel mit dem PZT auftreffen. Weiterhin legt der verwendete Polarisationsstrahlteiler die Polarisationsrichtung für den Aufbau fest.

Eine $\lambda/2$-Platte wird in Verbindung mit dem Polarisationsstrahlteiler verwendet, um einen Leistungsunterschied der beiden Eingangsstrahlen ausgleichen zu können. Eine weitere $\lambda/2$-

–	Aluminium Grundplatte von *Thorlabs* (30x60x1,27 cm, MB3060/M)
FC_1,FC_2	Faserauskoppler von *Schäfter + Kirchhoff* (Faser-Kollimator 60FC)
W_1,W_3	$\lambda/2$-Verzögerungsplatte
W_2	$\lambda/4$-Verzögerungsplatte
PZT_1	0° Spiegel auf PZT Element von *PI* (S-310)
PBS_1	Polarisationsstrahlteiler
BS_1	50-50 Strahlteiler, polarisationsunabhängig
M_1,M_2,M_3	Umlenkspiegel
L_1,L_2	Plankonvexe Linsen $f = 100\,\text{mm}$
F_1	optionaler Graufilter NG5, 1 mm
PD_1	Photodiode
D_1,D_2	Strahlblocker
	Schäfter + Kirchhoff polarisationserhaltende Fasern
	Fasereinkoppler von *Schäfter + Kirchhoff*

Tabelle A.1.: Verwendete optische und mechanische Komponenten

Platte wird verwendet, um die Ebene des linear polarisierten Lichts des anderen Eingangsstrahls drehen zu können.

A.2.2. Aufbau

In Abb. A.1 ist der Aufbau maßstabsverkleinert wiedergegeben. Die Strahlhöhe beträgt $h = 100\,\text{mm}$ über der verwendeten Grundplatte.

Ein Eingangsstrahl wird über den Faserkoppler FC_1 in p-Polarisation ausgekoppelt. Dieser Strahl hat am Auskoppler eine Strahltaille mit einem Radius von $w_0 = 0,99\,\text{mm}$. Über die $\lambda/2$-Platte W_1 in Verbindung mit dem Polarisationsstrahlteiler PBS_1 kann die Leistung dieses Strahls verändert werden. Der herausreflektierte s-Polarisationsanteil trifft auf einen Strahlblocker D_2. Die p-Polarisation wird durch die $\lambda/4$-Platte W_2 in die zirkulare Polarisation verwandelt und wird senkrecht am Spiegel PZT_1 reflektiert, dessen Position entlang der optischen Achse durch den PZT gesteuert werden kann. Durch den abermaligen Durchtritt des Strahls durch die $\lambda/4$-Platte W_2 erhält man s-polarisiertes Licht, welches am Polarisationsstrahlteiler PBS_1 herausreflektiert wird und auf den 50-50 Strahlteiler BS_1 trifft. Durch den Polarisationsstrahlteiler wird die Polarisation am entscheidenden Strahlteiler BS_1 und durch die Bedingung des senkrechten Auftreffens auf den Spiegel PZT_1 die Strahllage festgelegt.

Der andere Eingangsstrahl wird über den Faserauskoppler FC_2 in s-Polarisation ausgekoppelt. Die $\lambda/2$-Platte W_3 dient dazu, die Polarisationsrichtung genauer anpassen zu können. Die Spiegel M_1 und M_2 werden benutzt, um die Lage des Strahl am Strahlteiler BS_1 der des anderen festgesetzten Eingangsstrahls anzupassen.

Die Linse L_1 dient dazu, den Strahl auf eine weit entfernte Wand abzubilden, um die Justierung der Strahllage anhand des Interferenzmusters zu optimieren. Der optionale Graufilter F_1 wird benutzt, um den Strahl für die Photodiode abzuschwächen. Die Linse L_2 fokussiert die interferierenden Strahlen auf die Photodiode PD_1.

Die in Tabelle A.1 aufgelisteten Komponenten sind für den Aufbau verwendet worden. Ein Photo vom Versuchsaufbau ist in Abb. A.2 dargestellt.

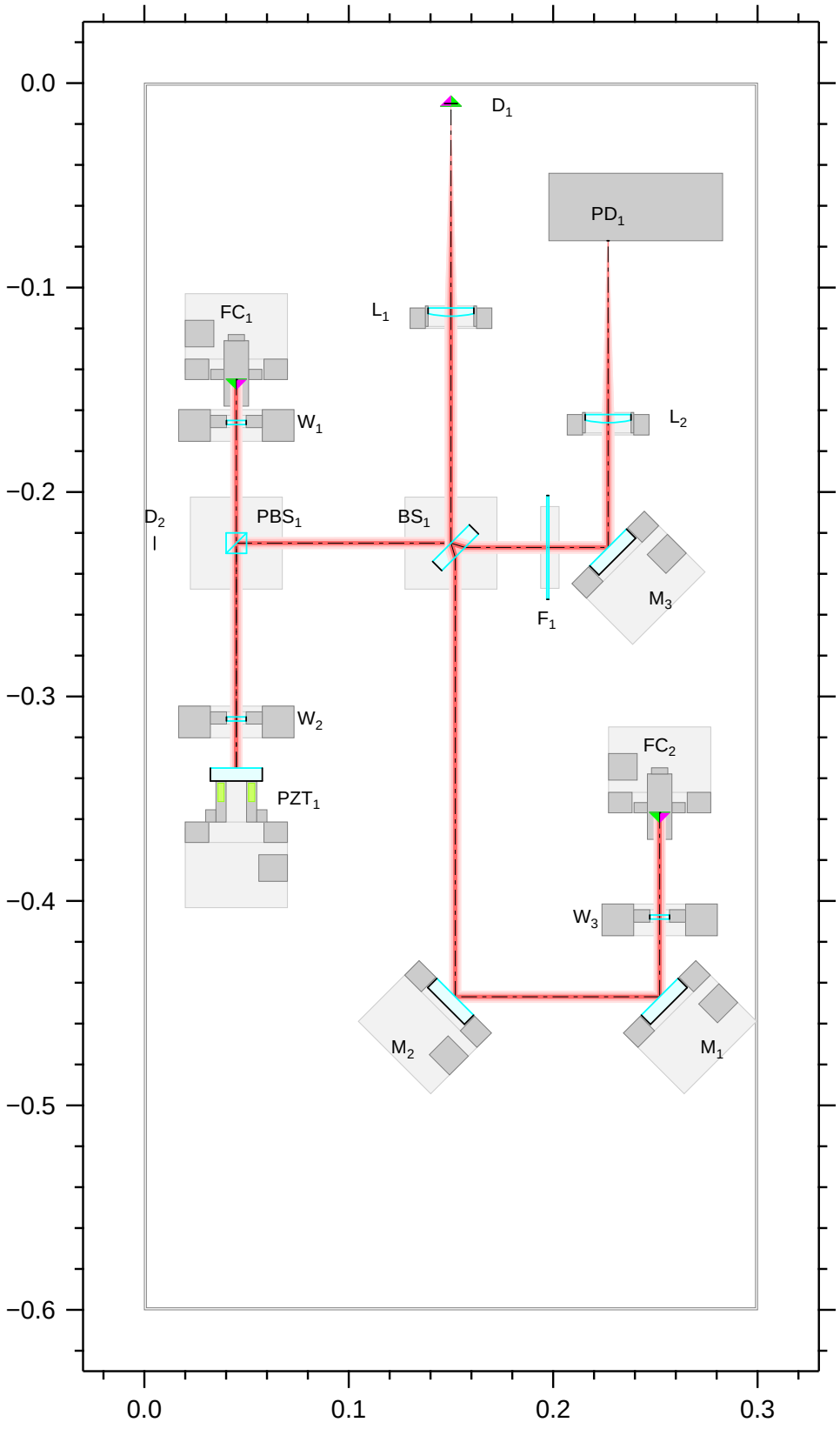


Abbildung A.1.: Optischer Aufbau des Experiments. Die Einheit der Skala ist Meter.

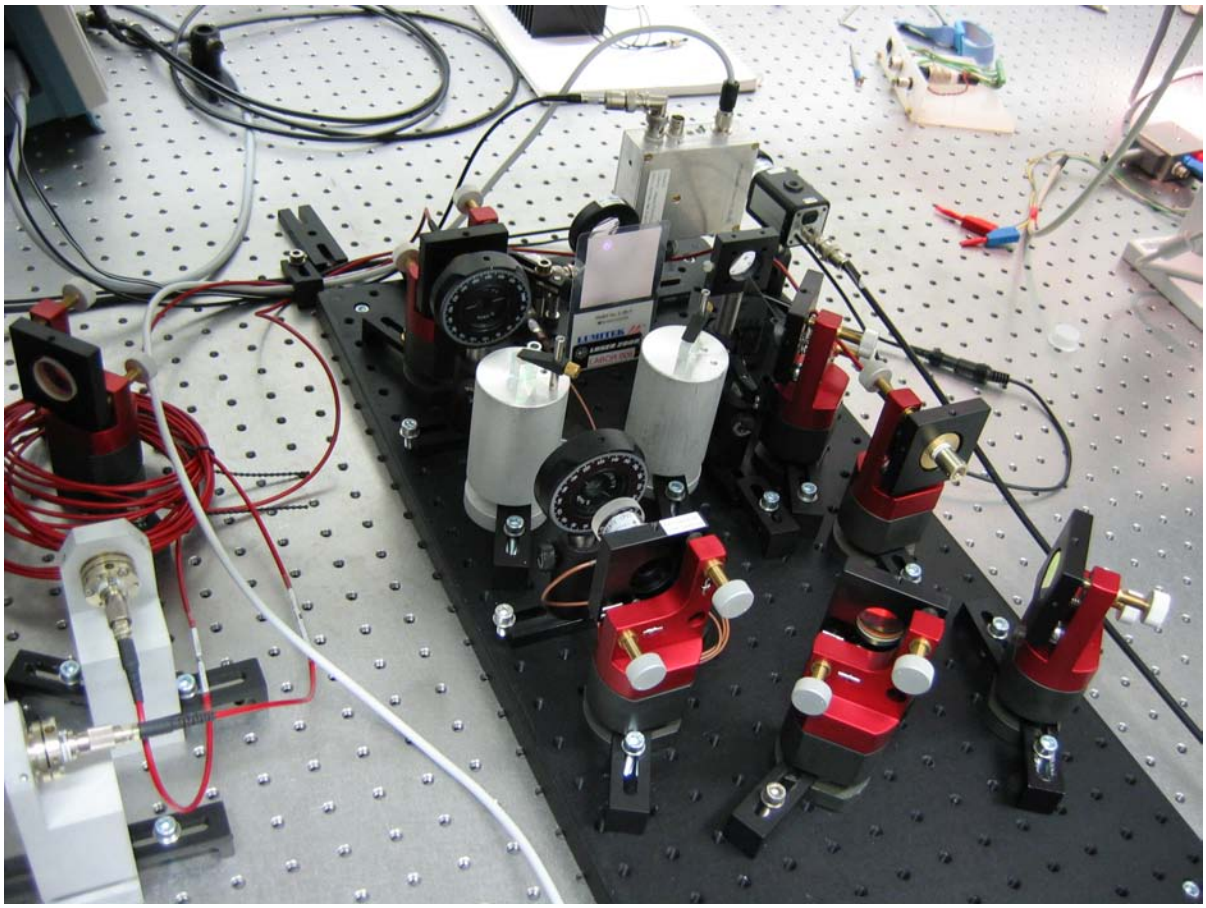


Abbildung A.2.: Photo des Experiments.

A.2.3. Justierung

Folgende Reihenfolge wird verwendet, um den Aufbau zu justieren:

1. Zuerst wird der Faserauskoppler FC_1 und der Spiegel PZT_1 an den angegebenen Stellen auf der Grundplatte montiert. FC_1 wird so justiert, dass der einfallende Strahl mittig auf den Spiegel PZT_1 trifft. Anschließend wird PZT_1 so justiert, dass der Strahl in sich zurückreflektiert wird. Dies kann man gut an der Menge der Leistung, die wieder zurück in die Faser eingekoppelt wird[1], erkennen.

2. Anschließend werden die λ-Verzögerungsplatten W_1 und W_2 eingesetzt und wieder auf Rückeinkopplung in die Faser justiert.

3. Nun wird der Polarisationsstrahlteiler PBS_1 eingesetzt und über den herausreflektierten Strahl im Fernfeld der Winkel des Polstrahlteilers justiert. Eine Nachjustierung von PZT_1 ist nötig. Die $\lambda/4$-Platte wird so gedreht, dass die Leistung des rückeingekoppelten Lichts in die Faser minimal ist[2].

[1] Durch die riesige Rayleighlänge vom ausgekoppelten Strahl ist ein Wiedereinkoppeln in die Faser kein Problem.
[2] Am Besten mit einem Stück Papier und einer IR-Kamera.

4. Der 50-50 Strahlteiler BS_1 wird so platziert, dass der Strahl vom Polarisationsstrahlteiler PBS_1 mittig auftrifft. Der Winkel wird über den reflektierten Strahl am BS_1 im Fernfeld justiert.

5. Nun werden der Auskoppler FC_2, die λ-Verzögerungsplatte W_3 und die Spiegel M_1 und M_2 platziert und grob so justiert, dass die Strahlen direkt hinter dem Strahlteiler BS_1 und im Fernfeld überlappen. Zur feineren Justierung wird die Linse L_1 eingesetzt und das Interferenzbild mit einer CCD-Kamera beobachtet. Für die Justierung werden die Spiegel M_1 und M_2 verwendet. Eine perfekte Justierung der Strahllage ist erst dann sinnvoll, wenn alle Komponenten montiert worden sind, da jedes Festschrauben einer Komponente reicht, die Strahllage wieder zu dejustieren.

6. Schließlich werden der Graufilter F_1, der Spiegel M_3, die Linse L_2 sowie die Photodiode PD_1 montiert. M_3 wird verwendet, um den Strahl auf der Photodiode zu justieren.

Der erreichbare Kontrast des Photodiodensignals (an der Photodiode mit einer Rampe an PZT_1 zu erkennen) ist durch folgende Faktoren beeinflusst:

- Strahltaillen-Position und -Radius: Die Parameter werden nicht extra justiert, können jedoch über die Linsenposition der Faserauskoppler und die Länge der Strahlwege justiert werden. Da beide Faserauskoppler in der Werksjustierung einen sehr ähnlichen Strahl auszukoppeln scheinen, wird nur darauf geachtet die Wege gleichlang zu wählen.

- Polarisationsebene: Beide Fasern koppeln einen linear polarisierten Strahl aus. Da die Faserauskoppler rotierbar sind, ist es nicht einfach, die Polarisationsebene der beiden Strahlen am Strahlteiler aneinander anzupassen. Deshalb wird die $\lambda/2$-Platte W_3 dazu verwendet, die Polarisation des Strahls aus FC_2 genauer justieren zu können.

- Leistung: Die Leistung der beiden Strahlen wird indirekt über die Photodiode gemessen, indem jeweils ein Strahlweg blockiert wird. Der Strahl aus FC_2 legt die Leistung fest. Die Leistung des zweiten Strahls wird mit der $\lambda/2$-Platte W_1 angepasst. Es wird versucht, beide Eingangsstrahlen eine Spannung von $U = -2,5\,\mathrm{V}$ an der Photodiode erzeugen zu lassen.

- Einfrequenz: Die Eingangsstrahlen müssen einfrequent sein, da sonst kleine Weglängenunterschiede dazu führen, dass man die konstruktive oder destruktive Phasenlage nur für eine Frequenz erzeugen kann und damit der volle Kontrastumfang nicht erreichbar ist.

- Strahllage: Der Kontrast des Signals ist sehr stark von der Strahllage abhängig und wird auch schnell dejustiert. Zur Justierung werden die Spiegel M_1 und M_2 verwendet.

A.2.4. Fasern

Für die Einkopplung der beiden Laserstrahlen in die Fasern außerhalb der Grundplatte wird folgende Methode verwendet:

1. Zuerst wird eine Anpassung der Strahlparameter für die Fasereinkoppler berechnet und mit Linsen realisiert. Man möchte eine Strahltaille mit einem Radius von $w_0 = 1\,\mathrm{mm}$ am Eingang des Fasereinkopplers erzeugen. Der Strahl sollte s-polarisiert sein. Auf keinen Fall sollte man mit einer Mischung aus s- und p-Polarisation in die polarisationserhaltende

Faser einkoppeln, da man durch unterschiedliche Lichtgeschwindigkeiten für die Polarisationen am Ende elliptisch polarisiertes Licht auskoppeln würde.

2. Die Orientierung des Einkopplers bezüglich der Rotation um die Strahlachse lässt sich anhand einer Planfräsung am Einkoppler justieren. Die Planfräsung sollte parallel zur Tischoberfläche sein. Am besten verwendet man ein Stahllineal, welches auf die Planfräsung gelegt wird, um die Orientierung genauer justieren zu können.

3. Der auf den Fasereinkoppler fallende Strahl wird nun mit Spiegeln so justiert, dass ein stark fokussierter Strahl in etwa der Richtung der Faser transmittiert wird. Erst dann wird die Faser am Einkoppler montiert.

4. Die Faser wird nur soweit auf den Einkoppler gesteckt, dass sie gerade so von selbst hält. Dann wird am anderen Ende der Faser mit einem empfindlichen Leistungsmessgerät die transmittierte Leistung gemessen. Diese wird dann über die Spiegel und die Fokussierlinse im Einkoppler wieder maximiert. Nun wird iterativ die Faser Stück für Stück tiefer in den Einkoppler geschoben und die gemessene Leistung maximiert. Die Justierung ist sehr empfindlich auf die Position der Fokussierlinse. Ein Transmissionsgrad von ca. 85% ist erreichbar.

Je kürzer die Fasern sind und je kleiner der Längenunterschied der Fasern ist, desto unempfindlicher ist das Experiment gegenüber thermischen Weglängendriften. Das Interferometer kann für Faserlängen unter $l = 10\,\mathrm{m}$ ohne Probleme für 15 Minuten stabilisiert werden. Ein Experiment mit einer 40 m langen Faser zeigte zu schnelle thermische Driften, sodass der dynamische Bereich des PZTs nicht mehr reichte, das Interferometer für einige Minuten zu stabilisieren.

A.3. Regelkreis

A.3.1. Design

Die Phasenlage der beiden Strahlen wird mit Hilfe eines Regelkreises im *mid-fringe* stabilisiert. Dies dient ausschließlich dazu, das System in einem definierten Arbeitspunkt zu halten, um das Fehlersignal verwenden zu können, das nur im Arbeitspunkt linear von der Phase abhängt. Ein schematischer Überblick des Regelkreises ist in Abb. A.3 dargestellt.

Maßgebend für den Regelkreis ist die erste Resonanz vom PZT, der als Aktuator dient. Die erste Resonanz liegt bei ca. $f_R \approx 10\,\mathrm{kHz}$, bei kleineren Frequenzen ist die Transferfunktion des PZTs flach. Folglich wird ein elektronischer Tiefpass benötigt, sodass *unity gain* unterhalb von 10 kHz liegt. Ein Serienwiderstand zusammen mit der Kapazität des PZTs bilden diesen Tiefpass. Weiterhin wurde, um *unity gain* einstellen zu können, ein variabler Proportional-Verstärker und um mehr Verstärkung bei kleinen Frequenzen zu erhalten, ein Integrator verwendet, der ab 1 kHz zu hohen Frequenzen hin abgefangen ist.

Das Fehlersignal des Regelkreises wurde aus dem Photodiodensignal gewonnen, indem die entsprechende Spannung ($U_{PD} = -5\,\mathrm{V}$ bei $-2,5\,\mathrm{V}$ für jeden Eingangsstrahl) subtrahiert wurde.

Der elektronische Teil des Reglers besteht aus dem *Universal Servo*, der den genannten Proportional-Verstärker und den abgefangenen Integrator enthält. Die Frequenzweiche im *Universal Servo* wurde für eine Temperaturnachführung verwendet, um mit dem Hochspannungsverstärker (Dreikanal-Verstärker von *Thorlabs*) den dynamischen Bereich zu erweitern. Dazu wurden die Schutzdioden im *Universal Servo* am Temperaturausgang entfernt.

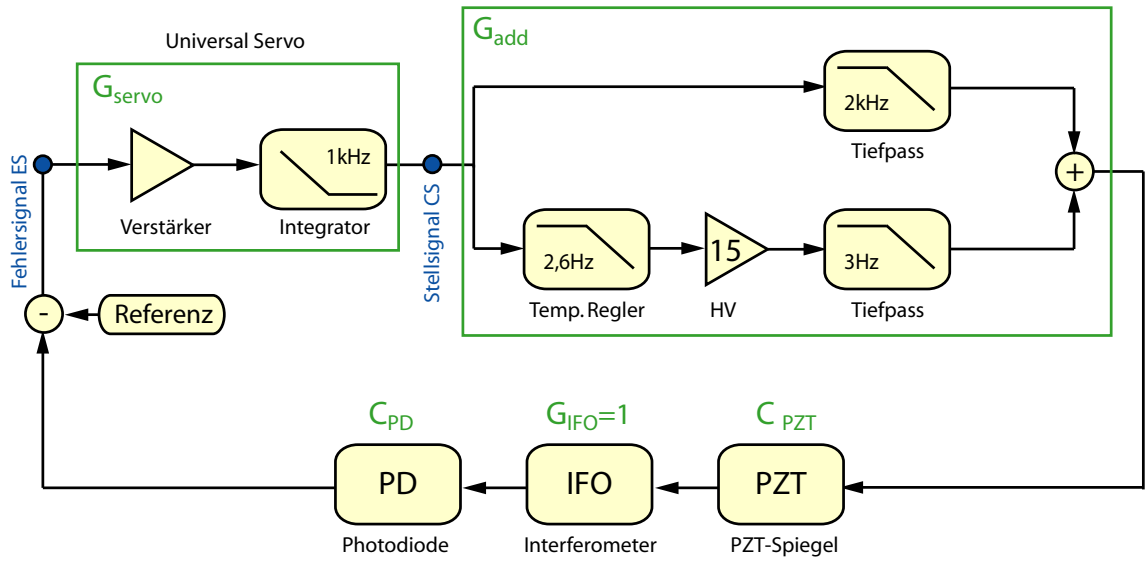


Abbildung A.3.: Blockdiagramm des verwendeten Regelkreises.

Das Stellsignal wird über eine Schaltung aus Widerständen und Kondensatoren auf den PZT gegeben. Da der PZT durch den Spiegelhalter elektrisch isoliert wird, kann er ohne direkten Massebezug betrieben werden. Durch die Schaltung erreicht man eine direkte Addition von zwei Signalen am PZT: einmal ein schnelles, rauscharmes Signal und ein langsames, verrauschtes aber passiv gefiltertes Hochspannungssignal. So erhält man durch das Hochspannungssignal den nötigen dynamischen Bereich und durch das schnelle Stellsignal die nötige Regelbandbreite.

A.3.2. Signaladdition

Das Signal für den PZT wird über zwei Wege aus dem Stellsignal gewonnen und direkt am PZT addiert. Die verwendete Schaltung ist in Abb. A.4 dargestellt. Das hochfrequente Stellsignal ab ca. 1 Hz wird über den 100 Ω Widerstand an einen Anschluss des PZTs gelegt. Über die Kapazität des PZTs und dem zusätzlichen Kondensator ergibt sich durch den Widerstand ein passiver Tiefpass mit ca. 2 kHz Eckfrequenz. Dieser Tiefpass ist nötig für die Stabilität des Regelkreises. Der niederfrequente Anteil des Stellsignals wird über die Temperaturnachführung des *Universal Servos* gefiltert und anschließend vom HV verstärkt. Über den Tiefpass aus dem 50 kΩ Widerstand und dem Kondensator wird dieses Signal ab ca. 3 Hz passiv gefiltert und über den 10 Ω Widerstand auf den anderen Anschluss des PZT gegeben. Das thermische Rauschen ist durch den 100 Ω Widerstand dominiert. Ein schattiert dargestellter Widerstand kann benutzt werden, um durch einen offenen Eingang des schnellen Kanals keine Hochspannung auf dem Gehäuse des PZTs zu erzeugen.

A.3.3. Transferfunktionen

Die Transferfunktion vom *Universal Servo*Ausgang bis zur Spannung über dem PZT ist in Abb. A.5 dargestellt. Die Transferfunktion wurde mit dem Spektrum-Analysator SR785 von

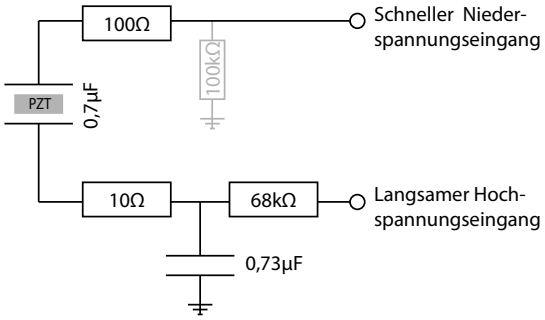


Abbildung A.4.: Schaltplan für die direkte Addition von zwei Signalen am PZT.

Stanford Research gemessen. Eine Anpassung an ein Pol-Nullstellen-Modell mit LISO [Hei00] ergibt folgende Transferfunktion, die sich gut zur Kalibration des Stellsignals verwenden lässt:

$$G_{\mathrm{add}}(f) = -1,45 \cdot \frac{\left(1+\frac{if}{1{,}84\,\mathrm{Hz}}\right)\left(1+\frac{if}{10{,}88\,\mathrm{kHz}\cdot 17{,}0}-\frac{f^2}{(10{,}88\,\mathrm{kHz})^2}\right)}{\left(1+\frac{if}{732{,}77\,\mathrm{mHz}}\right)\left(1+\frac{if}{11{,}28\,\mathrm{kHz}\cdot 16{,}0}-\frac{f^2}{(11{,}28\,\mathrm{kHz})^2}\right)} \cdot \frac{\left(1+\frac{if}{16{,}17\,\mathrm{kHz}\cdot 31{,}8}-\frac{f^2}{(16{,}17\,\mathrm{kHz})^2}\right)}{\left(1+\frac{if}{4{,}88\,\mathrm{kHz}}\right)\left(1+\frac{if}{16{,}59\,\mathrm{kHz}\cdot 23{,}7}-\frac{f^2}{(16{,}59\,\mathrm{kHz})^2}\right)}$$

Die Transferfunktion des gesamten Regelkreises ist in Abb. A.6 dargestellt. *Unity gain* liegt bei etwa $f_{UG} = 130\,\mathrm{Hz}$. Die an das Modell angepasste Transferfunktion hat folgende Gestalt:

$$G_{\mathrm{loop}}(f) = 2,79\times 10^8 \cdot \frac{\left(1+\frac{if}{14{,}23\,\mathrm{kHz}\cdot 39{,}3}-\frac{f^2}{(14{,}23\,\mathrm{kHz})^2}\right)\left(1+\frac{if}{1{,}06\,\mathrm{kHz}}\right)}{\left(1+\frac{if}{1{,}00\,\mu\mathrm{Hz}}\right)\left(1+\frac{if}{11{,}40\,\mathrm{kHz}\cdot 21{,}3}-\frac{f^2}{(11{,}40\,\mathrm{kHz})^2}\right)} \cdot \frac{\left(1+\frac{if}{22{,}22\,\mathrm{kHz}\cdot 120{,}9}-\frac{f^2}{(22{,}22\,\mathrm{kHz})^2}\right)\left(1+\frac{if}{23{,}00\,\mathrm{kHz}}\right)}{\left(1+\frac{if}{17{,}02\,\mathrm{kHz}\cdot 19{,}4}-\frac{f^2}{(17{,}02\,\mathrm{kHz})^2}\right)\left(1+\frac{if}{3{,}02\,\mathrm{kHz}}\right)} \cdot \frac{\left(1+\frac{if}{1{,}88\,\mathrm{Hz}}\right)}{\left(1+\frac{if}{22{,}89\,\mathrm{kHz}\cdot 51{,}4}-\frac{f^2}{(22{,}89\,\mathrm{kHz})^2}\right)\left(1+\frac{if}{896{,}72\,\mathrm{mHz}}\right)}$$

A.4. Phasen-Rauschmessung

A.4.1. Kalibration

Zur Kalibration des Fehler- und Stellsignals wird eine langsame Rampe von ca. $f = 10\,\mathrm{Hz}$ und einer Spannung von $-10\,\mathrm{V}\ldots 10\,\mathrm{V}$ am HV-Verstärker angelegt und gleichzeitig das Photodiodensignal aufgenommen. Der PZT verursacht eine Weglängenänderung des einen Pfads und damit eine zusätzliche Phasendifferenz zwischen den Pfaden. Man erwartet einen sinusförmigen

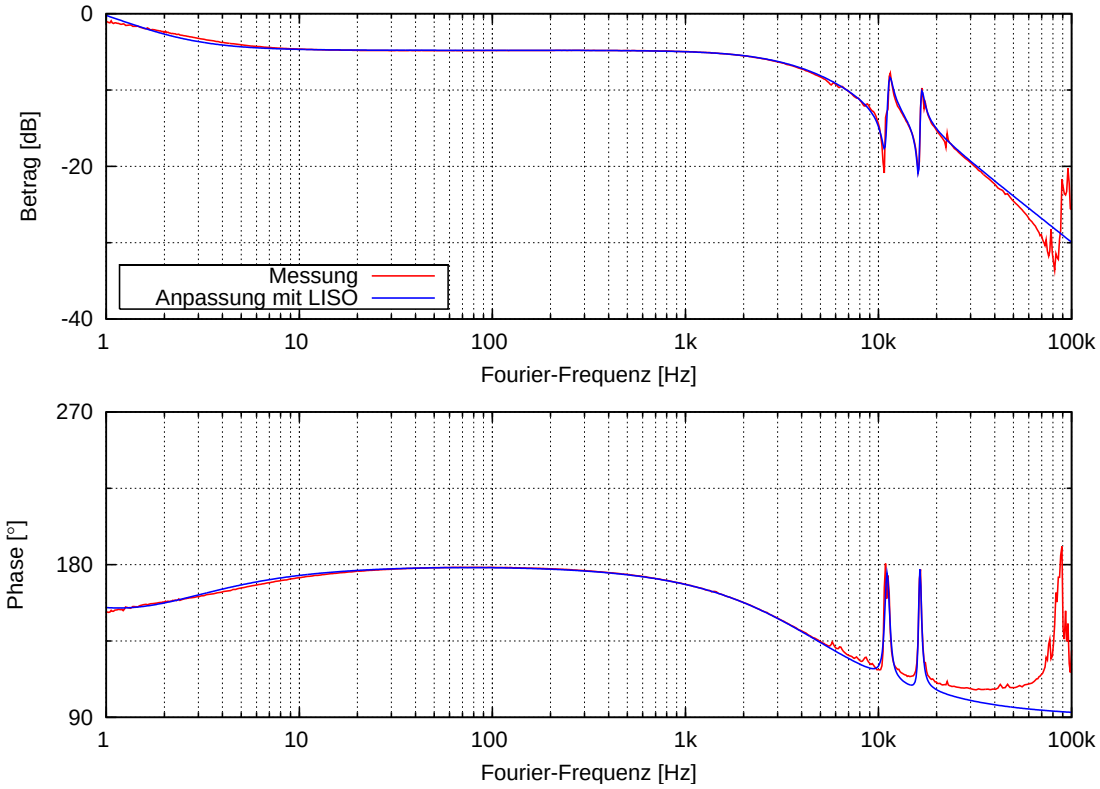


Abbildung A.5.: Die gemessene und mit LISO an ein Modell angepasste Transferfunktion $G_{\mathrm{add}}(f)$ zwischen dem Ausgang des *Universal Servos* und der Spannung über dem PZT.

Verlauf der Leistung auf der Photodiode. Die Periode des Signals entspricht der Änderung der Phasendifferenz um 2π. Damit lässt sich die Spannung am PZT kalibrieren:

$$C_{\mathrm{PZT}} = 0,49\,\mathrm{rad/V}$$

Aus der Amplitude des Signals lässt sich die Photodiode kalibrieren, da die Steigung im *mid-fringe* nur von der Amplitude des Signals abhängt. Bei perfekter Justierung erhält man also einen Kalibrationsfaktor von $C_{\mathrm{PD}} = 5\,\mathrm{V/rad}$. Da der Kontrast und damit die Amplitude des Signals stark von der optischen Justierung abhängt, ist es sinnvoll vor jeder Messung den Kontrast zu messen.

Aus dem gleichzeitig aufgenommenem Spektrum des Photodioden-/Fehlersignals ($|ES(f)|$, *error signal*) und dem Servoausgang ($|CS(f)|$, *control signal*) lässt sich nun mit den Transferfunktionen G_{add} und G_{loop} das Phasenrauschen der beiden Eingangsstrahlen berechnen. Der Betrag der Signale $ES(f)$ und $CS(f)$ wird mit einem Spektrum-Analysator gemessen. Das Signal $S(f)$ beschreibt das Phasenrauschen zwischen den beiden Eingangsstrahlen und hängt wie folgt mit den beiden Signalen zusammen:

$$\begin{aligned} ES(f) &= S(f) \cdot \frac{C_{\mathrm{PD}}}{1 + G_{\mathrm{loop}}(f)} \\ CS(f) &= S(f) \cdot \frac{C_{\mathrm{PD}} \cdot G_{\mathrm{servo}}(f)}{1 + G_{\mathrm{loop}}(f)} \end{aligned}$$

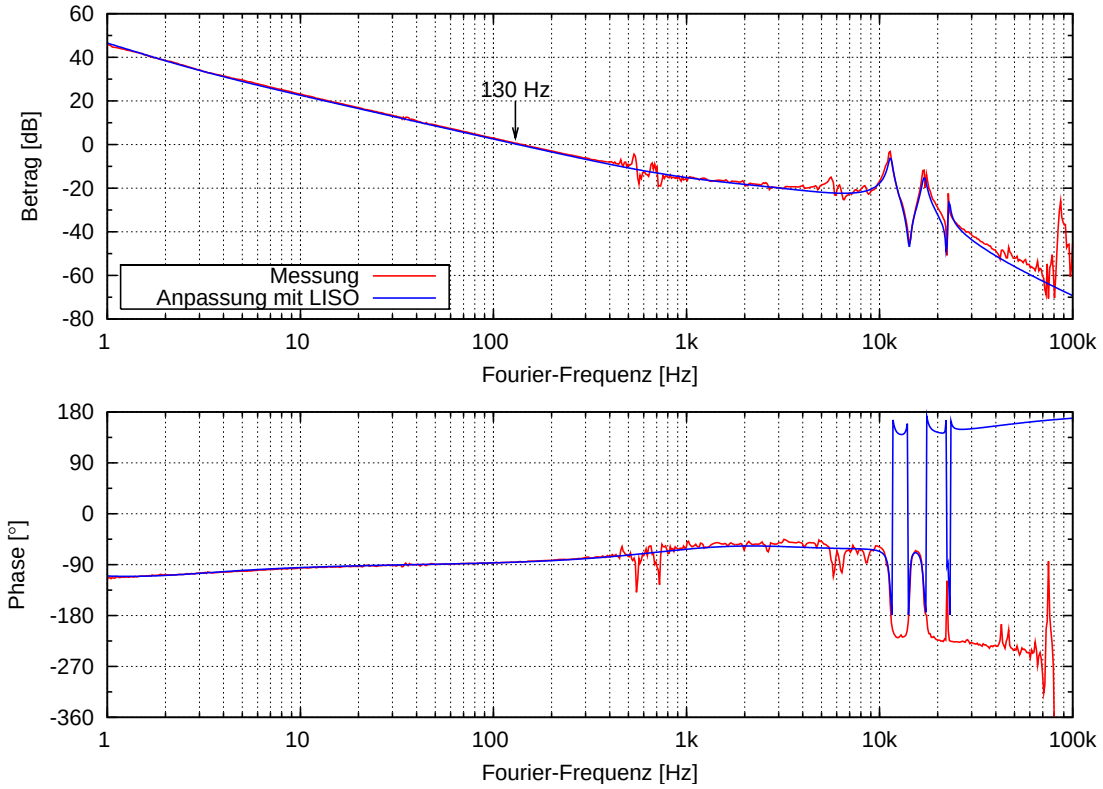


Abbildung A.6.: Die gemessene und mit LISO an ein Modell angepasste Transferfunktion $G_{\mathrm{loop}}(f)$.

Mit dem Zusammenhang $G_{\mathrm{loop}} = C_{\mathrm{PD}} G_{\mathrm{servo}} G_{\mathrm{add}} C_{\mathrm{PZT}}$ lässt sich aus $|ES(f)|$ und $|CS(f)|$ das Signal $|S(f)|$ wie folgt rekonstruieren:

$$\left(\frac{|ES(f)|}{C_{\mathrm{PD}}} + |CS(f)| \cdot |G_{\mathrm{add}}(f)| \cdot C_{\mathrm{PZT}}\right) \cdot \left|\frac{1+G_{\mathrm{loop}}(f)}{1+|G_{\mathrm{loop}}(f)|}\right| =$$
$$\left(\left|\frac{S}{1+G_{\mathrm{loop}}}\right| + \left|\frac{S \cdot G_{\mathrm{loop}}}{1+G_{\mathrm{loop}}}\right|\right) \cdot \left|\frac{1+G_{\mathrm{loop}}}{1+|G_{\mathrm{loop}}|}\right| = |S(f)|$$

Die linearen spektralen Dichten $|ES(f)|$ und $|CS(f)|$ haben die Einheit $\mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ und mit der angegebenen Kalibration hat das Signal $|S(f)|$ die Einheit $\mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Die lineare spektrale Dichte des Zeitsignals $S(t)$, welche der Phasendifferenz der beiden Eingangsstrahlen entspricht, ist $|S(f)|$.

Die Ableitung von $S(t)$ entspricht dem Frequenzunterschied der beiden Eingangsstrahlen. Im Fourier-Raum lässt sich dies einfach durch Multiplikation mit der Frequenz f erreichen:

$$\begin{aligned} |S(f)| &\mathrel{\hat{=}} \text{Phasenrauschen in } \mathrm{rad}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \\ |S(f)| \cdot f &\mathrel{\hat{=}} \text{Frequenzrauschen in } \mathrm{Hz}/\sqrt{\mathrm{Hz}} \end{aligned}$$

A.4.2. Messungen

A.4.2.1. Rauschquellen

Das Experiment ist auf Leistungsrauschen der Eingangsstrahlen empfindlich. Deshalb sollte man das Leistungsrauschen der Eingangsstrahlen messen, um Rauschprojektionen berechnen zu können. Am einfachsten lässt sich das Leistungsrauschen mit der Photodiode PD_1 messen, indem ein Arm des Interferometers blockiert wird. Das Leistungsspektrum, das mit der mittleren Leistung auf der Photodiode normierte ist, entspricht dem Phasenrauschen in rad , welches durch Leistungsrauschen vorgetäuscht wird[3]. Ist das Leistungsrauschen eines Eingangsstrahls nicht dominant, sollte man das quadratische Mittel aus beiden normierten Leistungsspektren verwenden, falls beide unkorreliert sind.

Es wurde versucht, mithilfe der $\lambda/2$-Platte W_3 die Polarisation des Eingangsstrahls FC_2 so zu drehen, dass die Polarisationen der Eingangsstrahlen am Strahlteiler BS_1 senkrecht zueinander stehen. Nun sollten die beiden Strahlen nicht mehr interferieren und auf der Photodiode befindet sich genauso viel mittlere Leistung wie im *mid-fringe*. Somit sollte man das Leistungsrauschen beider Eingangsstrahlen simultan messen können und würde so jede Korrelation zwischen den Eingangsstrahlen berücksichtigen. Allerdings war keine verwertbare Messung möglich, da die Polarisation nicht so genau justiert werden konnte, dass keine Interferenz mehr stattfand.

Möchte man in einer Mach-Zehnder-Konfiguration das Phasen- und Frequenzrauschen eines oder mehrerer Elemente in einem Pfad messen, sollten beiden Pfade des Interferometers gleich lang sein, um nicht für Frequenzrauschen der gemeinsamen Quelle empfindlich zu werden. Das durch gemeinsames Frequenzrauschen verursachte Phasenrauschen berechnet sich nach:

$$\Delta\phi(f) = \frac{2L}{c}\Delta\omega(f)$$

Dabei bezeichnet $\Delta\phi$ das Phasenrauschen, L den Weglängenunterschied der beiden Pfade und $\Delta\omega$ das Frequenzrauschen der gemeinsamen Quelle. Damit lässt sich bei bekanntem Weglängenunterschied eine Rauschprojektion berechnen. Eine gute Näherung für das Frequenzrauschen eines MISERs ist $\Delta\omega(f) = 10\,\mathrm{kHz}\sqrt{\mathrm{Hz}}/f$ [Bro99] . Man beachte, dass im Vergleich zum Leistungsrauschen das Phasenrauschen durch gemeinsames Frequenzrauschen echt ist, man diesen Effekt im Mach-Zehnder-Interferometer aber oft nicht messen will.

Interessanterweise ist das Experiment relativ unempfindlich gegenüber Strahllagefluktuationen – betrachtet am Strahlteiler BS_1. Nicht-optimale Überlagerung der Strahlen führt lediglich zu einer Reduktion des Kontrastes, was wiederum nur zu einer Veränderung der Kalibration des Photodiodensignals führt. Dennoch werden Strahllagefluktuationen dazu führen, dass der Strahl einen etwas anderen Weg durch das Experiment beschreibt, welcher durchaus in der Länge variieren kann.

A.4.2.2. Dunkelrauschen

Um das Dunkelrauschen des Experiments zu messen, muss man zwei phasenstarre Eingangsstrahlen erzeugen. Jede Phasendifferenz, z. B. durch Schwingen der optischen Komponenten verursacht werden kann, zwischen den beiden Pfaden der Eingangsstrahlen auf der Grundplatte entspricht dem Dunkelrauschen des Experiments und limitiert dessen Empfindlichkeit.

[3] Allerdings gilt diese Beziehung nur bei vollem Kontrast.

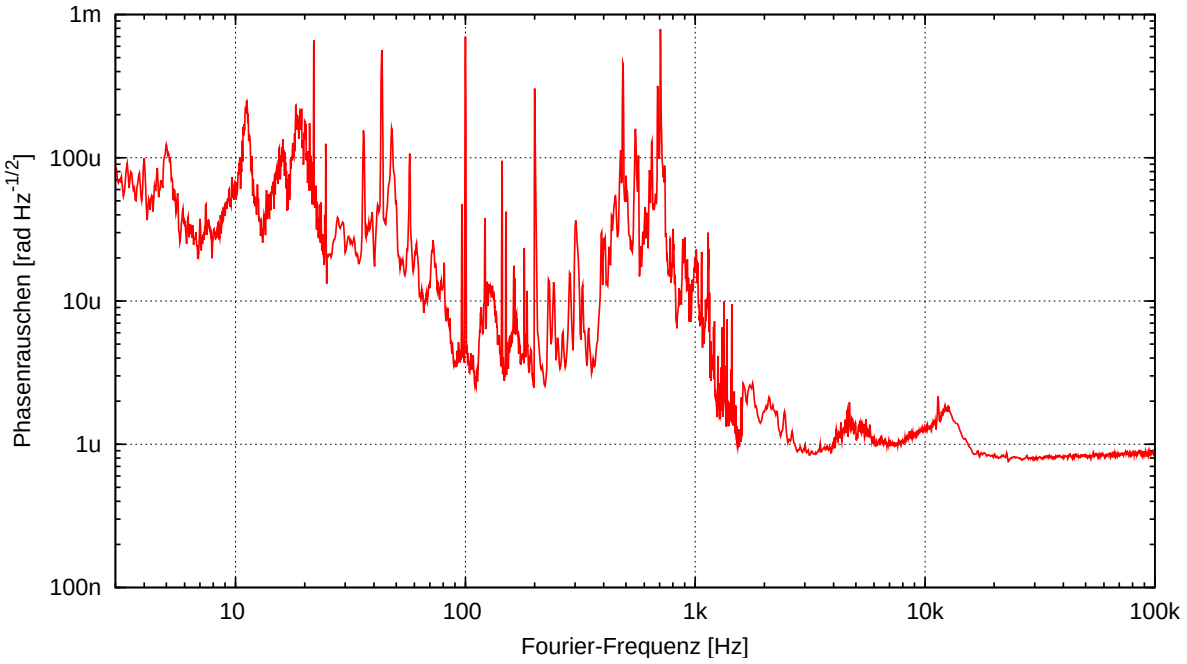


Abbildung A.7.: Phasen-Dunkelrauschen des Mach-Zehnder-Interferometers mit minimaler Einkoppeloptik.

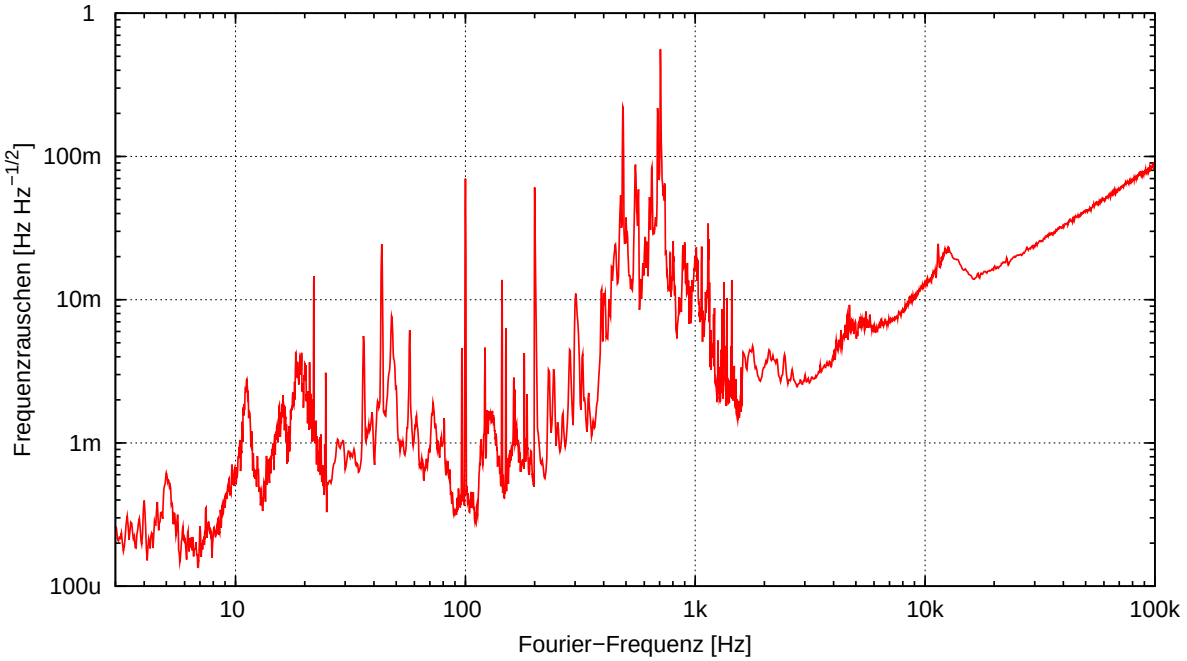


Abbildung A.8.: Frequenz-Dunkelrauschen des Mach-Zehnder-Interferometers mit minimaler Einkoppeloptik.

Das Dunkelrauschen des Experiments ist nicht alleine messbar, da es nicht möglich ist, zwei absolut phasenstarre Eingangsstrahlen zu erzeugen. Um das Phasenrauschen der Eingangsstrahlen zu minimieren, wurde ein minimaler Aufbau verwendet. Das mit diesem Aufbau erzielte Dunkelrauschen ist in Abb. A.7 und in Abb. A.8 dargestellt.

Das Dunkelrauschen hängt stark von der Einkopplung der Eingangsstrahlen ab und sollte deshalb wenn möglich immer vorher gemessen werden, bevor das eigentliche Signal gemessen wird.

In Abb. A.9 ist das Dunkelrauschen von ähnlichen Experimenten dargestellt. Im Versuchsaufbau von Michael Tröbs verwendete dieser ebenfalls Fasern, verschob die Frequenz eines Strahles aber mit einem AOM und demodulierte das Signal der Photodiode [Trö05]. Sascha Brozek verwendete in seinem Experiment keine Fasern, benutzte aber auch einen AOM um die Frequenz zu verschieben [Bro99].

Beim Aufbau des Experiments konnten einige Rauschquellen identifiziert und reduziert werden. Bei niedrigen Frequenzen (unter 100 Hz) wird das Phasen- und Frequenzrauschen durch die Flowbox dominiert. Für Frequenzen unter 200 Hz kann das Dunkelrauschen durch Verwendung von sehr massiven und stabilen Halterungen für alle optischen Komponenten weiter gesenkt werden. Bei Frequenzen ab 1 kHz dominierte das Rauschen des HV-Verstärkers, was durch Verwendung der direkten Addition von zwei Signalen am PZT behoben werden konnte. Im Moment wird das Dunkelrauschen ab einer Frequenz von 6 kHz durch Leistungsrauschen des Lasers dominiert. Ein sehr glattes Rauschen für Frequenzen oberhalb von 2 kHz kann durch einen MISER verursacht werden, der mehrere optische Frequenzen emittiert. Diesen Umstand kann man aber meistens auch sehr gut an einem schlechten Kontrastverhältnis des Photodiodensignals erkennen. Die identifizierten Rauschquellen sind in Abb. A.10 zusammengefasst.

Die Empfindlichkeit des Experiments scheint momentan durch Akustik und Seismik limitiert zu sein, da die vielen scharfen Peaks Resonanzen der Halter der optischen Komponenten zu sein scheinen. Ausgenommen ist hier natürlich die schon erwähnte Limitierung durch das Leistungsrauschen des Lasers bei hohen Frequenzen.

A.5. Ausblick und Verbesserungen

Bei hohen Frequenzen ist die Empfindlichkeit durch Leistungsrauschen der Eingangsstrahlen limitiert. Der Aufbau kann durch eine Modulationstechnik unempfindlicher gegenüber Leistungsfluktuationen gemacht werden. Ebenfalls ist denkbar, eine zweite Photodiode im zweiten Ausgang des Strahlteilers zu verwenden und das Differenzsignal der Photodioden auszuwerten.

Um Akustik zu reduzieren, könnte man eine massive Plexiglashaube verwenden. Durch noch massivere Halter für die Komponenten könnte eventuell die Empfindlichkeit bei niedrigen Frequenzen erhöht werden. Dies würde insbesondere für die Faserauskoppler in Frage kommen, da diese nicht unbedingt justiert werden müssen.

A.6. Literaturverzeichnis

[Bro99] Brozek, Oliver S.: *Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systems für den Gravitationswellendetektor GEO600*, Universität Hannover, Diss., 1999

[Hei00] Heinzel, Gerhard: *LISO – Program for Linear Simulation and Optimization of analog electronic circuits*. Version 1.79. 2000. – Programm

[Trö05] Tröbs, Michael: *Laser development and stabilization for the spaceborn interferometric gravitational wave detector LISA*, Universität Hannover, Diss., 2005

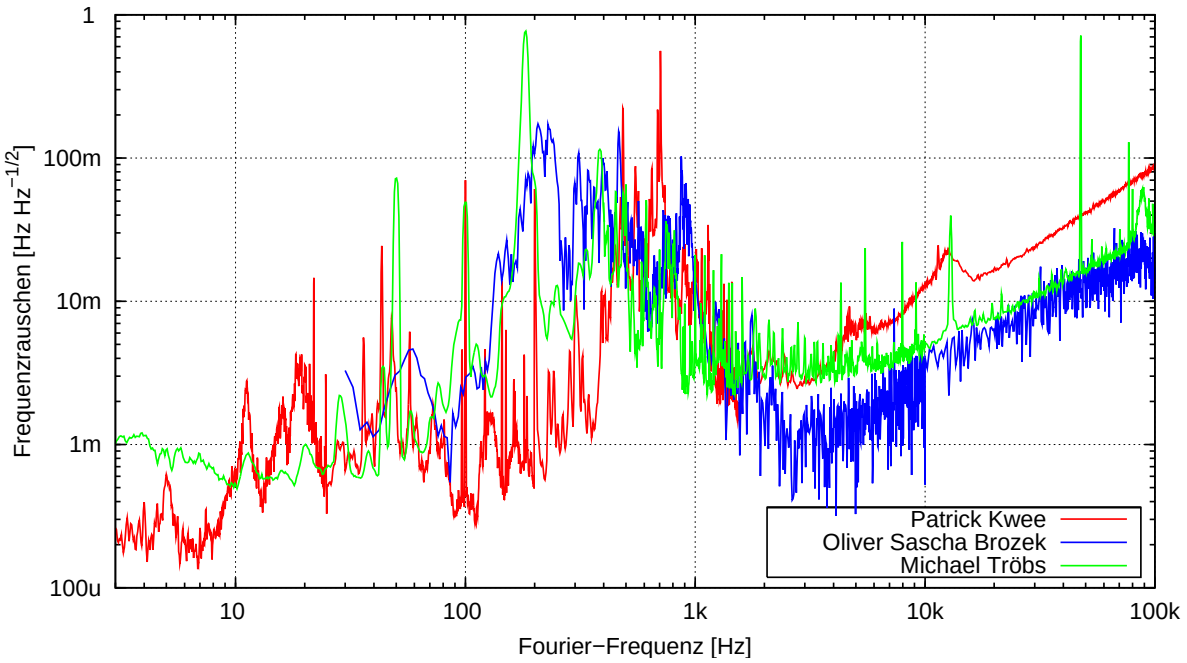


Abbildung A.9.: Frequenz-Dunkelrauschen von verschiedenen Mach-Zehnder-Interferometer Experimenten. Entnommen aus [Trö05] und [Bro99].

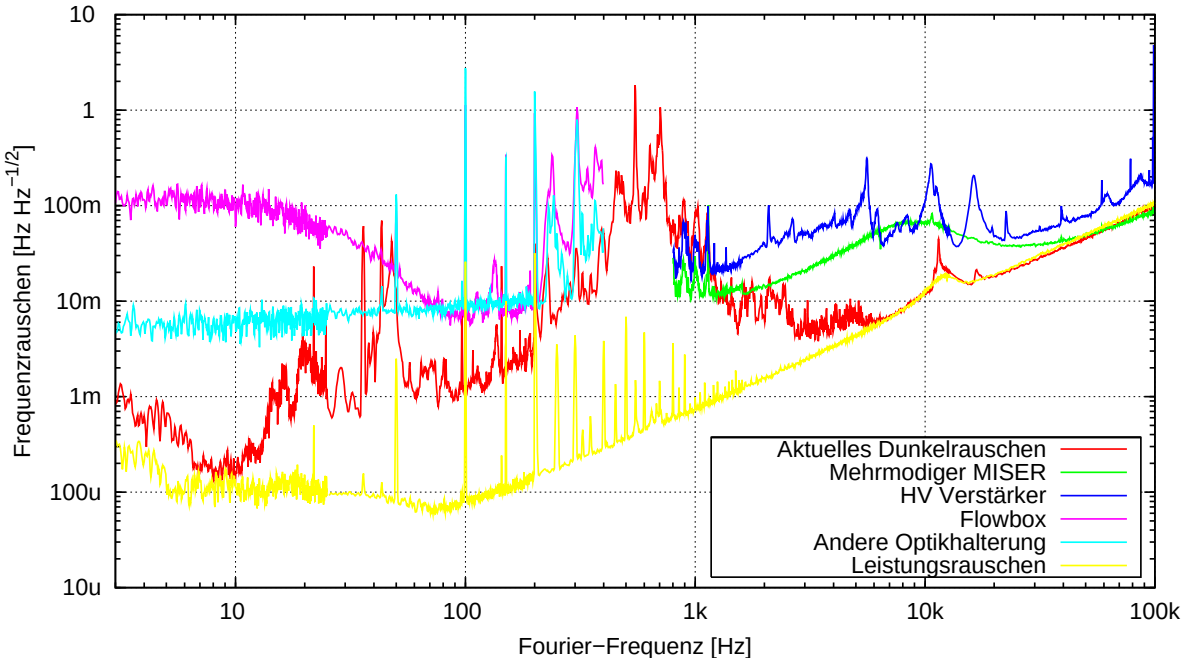


Abbildung A.10.: Einige identifizierte Rauschquellen im Dunkelrauschen des Experiments.

B. Technische Dokumentation des Auto-Alignments

Die Dokumentation des Auto-Alignment-Experiments, die sich auf den nächsten Seiten befindet, kann als eigenständiges Dokument verwendet werden. Deshalb besitzt dieser Anhang ein eigenständiges Inhaltsverzeichnis sowie ein zusätzliches Literaturverzeichnis mit den für das Dokument relevanten Verweisen.

Auto-Alignment

Technische Dokumentation

Patrick Kwee (Patrick.Kwee@aei.mpg.de)

Experiment vom 13. Juni 2005, Dokumentation vom 26. September 2005

Inhaltsverzeichnis

B.1. Messprinzip **127**

B.2. Optik **128**
B.2.1. Design . . . 128
B.2.2. Aufbau . . . 128
B.2.3. Justierung . . . 130

B.3. Regelkreis **133**
B.3.1. Design . . . 133
B.3.2. Elektronik . . . 136
B.3.2.1. Quadrantenphotodioden . . . 137
B.3.2.2. Demodulation . . . 137
B.3.2.3. Orthogonalisierung . . . 137
B.3.2.4. Regler . . . 139
B.3.3. Transferfunktionen . . . 139

B.4. Messung des Grundmodeanteils **142**
B.4.1. Messverfahren . . . 142
B.4.2. Messungen . . . 142

B.5. Messung der höheren Moden **143**
B.5.1. Kalibration . . . 143
B.5.2. Messverfahren . . . 144
B.5.3. Fehlerquellen . . . 145
B.5.4. Messungen . . . 145

B.6. Messung von Strahllagefluktuationen **146**
B.6.1. Messverfahren . . . 146
B.6.2. Kalibration . . . 148
B.6.3. Rausch- und Fehlerquellen . . . 148
B.6.4. Messungen . . . 149

B.7. Ausblick und Verbesserungen **150**

B.8. Literaturverzeichnis **151**

Wichtige Zahlenwerte und Formeln auf einen Blick

Max. Eingangsleistung	$P = 250\,\mathrm{mW}$	S. 127
Wellenlänge	$\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$	S. 127
Strahlhöhe	$h_b = 60\,\mathrm{mm}$, $h_t = 100\,\mathrm{mm}$	S. 130
Modulationsfrequenz	$f_{mod} = 50\,\mathrm{kHz}$	S. 136
Lokaloszillator	$U_{pp} = 20\,\mathrm{V}$ (niedrige Finesse),	S. 136
	$U_{pp} = 4,5\,\mathrm{V}$ (hohe Finesse)	
Verstärkung des HV	$G_{HV} = 40$ (Einkanal),	S. 136
	$G_{TL-HV} = 15$ (Thorlabs 3-Kanal)	
HV-Monitor-Abschwächung	$G = 1/100$	S. 143
unity gain des Auto-Alignments	$f_{ug} = 60\,\mathrm{Hz} \ldots 200\,\mathrm{Hz}$	S. 139

Kalibration des Resonator-PZT

Temperaturmodulation	$U_{pp} = 250\,\mathrm{mV}$, $f = f_{ramp}/2400$	S. 143
Ausgewertete Rampen	$n = 2400 + 2400$	S. 144
Samplingfrequenz	$f = 20\,\mathrm{kHz}$	S. 144

Kalibration der Strahllagefluktuationen

Abstand der PZT-Spiegel vom Resonator	$l_1 = 40\,\mathrm{mm}$, $l_2 = 345\,\mathrm{mm}$	S. 148
Kopplungskonstanten	$K_1 = 1104\,/\mathrm{rad}$, $K_2 = 1438\,/\mathrm{rad}$	S. 148
PZT-Spiegel-Verkippungskalibration	$\beta(U) = U \cdot 2 \cdot 0,97\ \mu\mathrm{rad/V}$	S. 148
Kalibrationssignal	$f = 11\,\mathrm{Hz}$, $U_{pp} = 6\,\mathrm{V}$	S. 148
Erwartete Kalibrationssignal-Antwort	$A_1 = 0,034$, $A_2 = 0,044$	S. 148

Resonatoreigenschaften

Strahltaillen-Radius	$w_0 = 372\ \mu\mathrm{m}$	S. 128
Finesse	$\mathcal{F} = 200$ (p-Pol.), $\mathcal{F} = 4000$ (s-Pol.)	S. 128
Rayleighlänge	$z_0 = 400\,\mathrm{mm}$	S. 128
Umlauflänge	$l = 420\,\mathrm{mm}$	
Freier Spektralbereich (FSR)	$\nu_{\mathrm{FSR}} = 714\,\mathrm{MHz}$	
Entfernung vom Eingang	$d_{in} = 910\,\mathrm{mm}$	S. 130
Max. erreichte Transmission	$T = 94\%$ (p-Pol.), $T = 78{,}5\%$ (s-Pol.)	S. 142

Diese Technische Dokumentation beschreibt ein Experiment auf einer transportablen Grundplatte, mit dessen Hilfe sich Laserstrahlen bezüglich verschiedener Aspekte charakterisieren lassen. Der Laserstrahl kann dazu eine Leistung von bis zu $P = 250\,\mathrm{mW}$ bei einer Wellenlänge $\lambda = 1064\,\mathrm{nm}$ haben. Bisher wurde das Experiment benutzt, um den Grundmode-Anteil, die höheren TEM-Moden und die Strahllagefluktuationen von Laserstrahlen zu messen. Zentraler Bestandteil des Experiments sind ein Ringresonator und zwei PZT-Spiegel, mit denen sich die Strahllage bezogen auf den Resonator regeln lässt (daher rührt der Name *Auto-Alignment*). Dieses Experiment wurde zusammen mit Frank Seifert und Olaf Beyer aufgebaut.

B.1. Messprinzip

Mit dem hier beschriebenen Experiment lassen sich mehrere Eigenschaften des einfallenden Laserstrahls untersuchen:

- Der Gauß'sche Strahlanteil des Laserstrahls wird durch die Transmissivität des resonanten Ringresonators gemessen. Die Länge des Ringresonators lässt sich durch einen PZT varieren, wodurch sich seine Resonanzfrequenzen verschieben. Es werden eine Modulationstechnik und ein Regelkreis verwendet, um den Resonator mit dem einfallenden Laserstrahl resonant zu halten.

  Die Transmissivität des Ringresonators gibt an, welcher Anteil des Lichts mindestens dem Grundmode des Resonators entspricht, da alle anderen Anteile nur stark abgeschwächt transmittiert werden. Einen entscheidenden Einfluss auf die Messung hat die Abbildung des einfallenden Strahls auf die Grundmode des Ringresonators. In diesem Experiment ist jede Abweichung von der optimalen Abbildung nicht von der eigentlich zu messenden Abweichung des einfallenden Strahls vom Gauß'schen Strahl zu unterscheiden. Der Eingangsstrahl wird durch zwei Linsen (*modematching*) und zwei Spiegel (*alignment*) möglichst genau auf die Grundmode des Ringresonators abgebildet.

  Über die differentielle Wellenfrontabtastung (*Differential Wavefront Sensing*, DWS) wird die Strahllage bezogen auf die Grundmode des Resonators gemessen und über zwei PZT-Spiegel geregelt. Damit wird der Eingangsstrahl bezüglich der Strahllage (*alignment*) automatisch optimal auf die Grundmode des Ringresonators abgebildet. Demzufolge bleiben nur noch zwei Freiheitsgrade (die Positionen der zwei Linsen), die für diese Messung manuell justiert werden müssen.

  Ähnliche Auto-Alignment-Experimente sind in [Gro99] und [Hei99] beschrieben.

- Die im einfallenden Strahl enthaltenen höheren Moden und deren Leistung werden über die Transmissivität des Ringresonators abhängig von dessen Resonanzfrequenzen gemessen. Über den PZT werden die Resonanzfrequenzen um mindestens einen freien Spektralbereich (FSR) verschoben und gleichzeitig die Transmissivität gemessen. Dazu wird eine Photodiode verwendet, die die transmittierte Leistung misst. Ein Programm dient dazu, die Ordnung und Leistung der höheren Moden aus den Messdaten zu bestimmen. Vor der Messung wird über das oben beschriebene Verfahren die Abbildung auf die Grundmode des Resonators optimiert.

- Die Strahllagefluktuationen des einfallenden Strahles werden mithilfe des DWS gemessen. Die demodulierten Signale von zwei Quadrantenphotodioden werden benutzt, um die Verschiebung und Verkippung des Strahls in der Strahltaille des Resonators zu messen. Die

Quadrantenphotodioden sind so positioniert, dass der Unterschied der Gouyphasen für die Moden 1. Ordnung bei den beiden Photodioden genau 90° beträgt.

B.2. Optik

B.2.1. Design

Das Experiment wurde auf einer transportablen Grundplatte (60 cm×45 cm) aufgebaut. Der verwendete Drei-Spiegel-Ringresonator besitzt den Vorteil, dass der am ersten Spiegel reflektierte Strahl nicht auf dem einfallenden Strahl liegt – im Gegensatz zu einem Zwei-Spiegel-Resonator. Weiterhin sind, im Vergleich zu einem Resonator mit gerader Anzahl von Spiegeln, durch die ungerade Anzahl von Spiegeln weniger Moden entartet, was eine detailliertere Analyse der höheren Moden zulässt. Der Resonator ist in [Ueh97] genauer beschrieben. Er besitzt eine Strahltaille von $w_0 = 372\,\mu$m Radius. Für p-polarisiertes Licht hat er eine Finesse von $\mathcal{F} = 200$ und für s-polarisiertes eine von $\mathcal{F} = 4000$. Der gekrümmte Spiegel ist auf einem PZT montiert, womit sich die Länge des Resonators mikroskopisch verändern lässt.

Das am Resonator reflektierte Licht wird über einen Strahlteiler auf die beiden Quadrantenphotodioden gebracht, wobei diese und zwei Linsen so positioniert sind, dass der Gouyphasenunterschied für die Moden 1. Ordnung genau 90° beträgt und der Strahldurchmesser auf den Photodioden gleich ist. Prinzipiell wird dazu eine Linse mit einer Brennweite von $f = 200\,$mm ($= z_0/2$, halbe Rayleighlänge vom Resonator Grundmode) in einem Abstand von 200 mm ($= z_0/2$) hinter der reflektierten Strahltaille des Resonators positioniert, um die Strahltaille auf eine kleinere Strahltaille mit 186 μm ($= w_0/2$) abzubilden. Dies führt im Folgenden zu kürzeren Strahlwegen. Die Rayleighlänge dieser Zwischenstrahltaille ist 1/4 so groß wie die ursprüngliche, also ca. $z_0 = 100\,$mm. Eine zweite Linse mit einer Brennweite $f = z_0$ in einem Abstand f von der Strahltaille bildet diese abermals auf eine Strahltaille mit dem gleichen Radius im Abstand f ab. Zwischen diesen beiden Strahltaillen erfährt der Strahl eine Gouyphasenverzögerung von genau 90°. Die Quadrantenphotodioden stehen dann im gleichen Abstand zu den Strahltaillen mit $w0 = 186\,\mu$m Radius, damit der Strahldurchmesser und die auf diesem Weg aufgesammelte Gouyphase gleich ist. Mithilfe eines Programms wurden die Linsenpositionen im Detail optimiert, woraus sich die Positionen in Abb. B.1 ergeben.

Ein PZT-Spiegel wurde möglichst nah an den Resonator gestellt, um den Strahl in der Strahltaille in erster Linie zu verkippen und der andere PZT-Spiegel möglichst weit weg gestellt, um den Strahl hauptsächlich zu verschieben. Dabei wurde darauf geachtet, dass dieser Spiegel nicht soweit vom Resonator entfernt steht, dass die Linsen zur Modenanpassung zwischen PZT-Spiegel und Resonator stehen müssten.

Zwischen dem Eingang des Experiments und dem ersten PZT-Spiegel wird viel Platz gelassen, um Eingangsstrahlen mit einem möglichst großen Bereich von Strahlparametern auf die Resonatorgrundmode abbilden zu können. Zwei Linsen werden für diese Abbildung verwendet, welche beide auf Lineartischen mit Mikrometerschraube und diese wiederum auf einer Schiene montiert sind. Zwei Irisblenden dienen dazu, den Eingangsstrahl schnell auf die gewünschte Strahlachse justieren zu können.

B.2.2. Aufbau

In der folgenden Abb. B.2 ist der Aufbau maßstabsverkleinert wiedergegeben. Die Beschreibung der Komponenten ist in Tabelle B.1 zu finden. Die Strahlhöhe beträgt $h_b = 60\,$mm über der

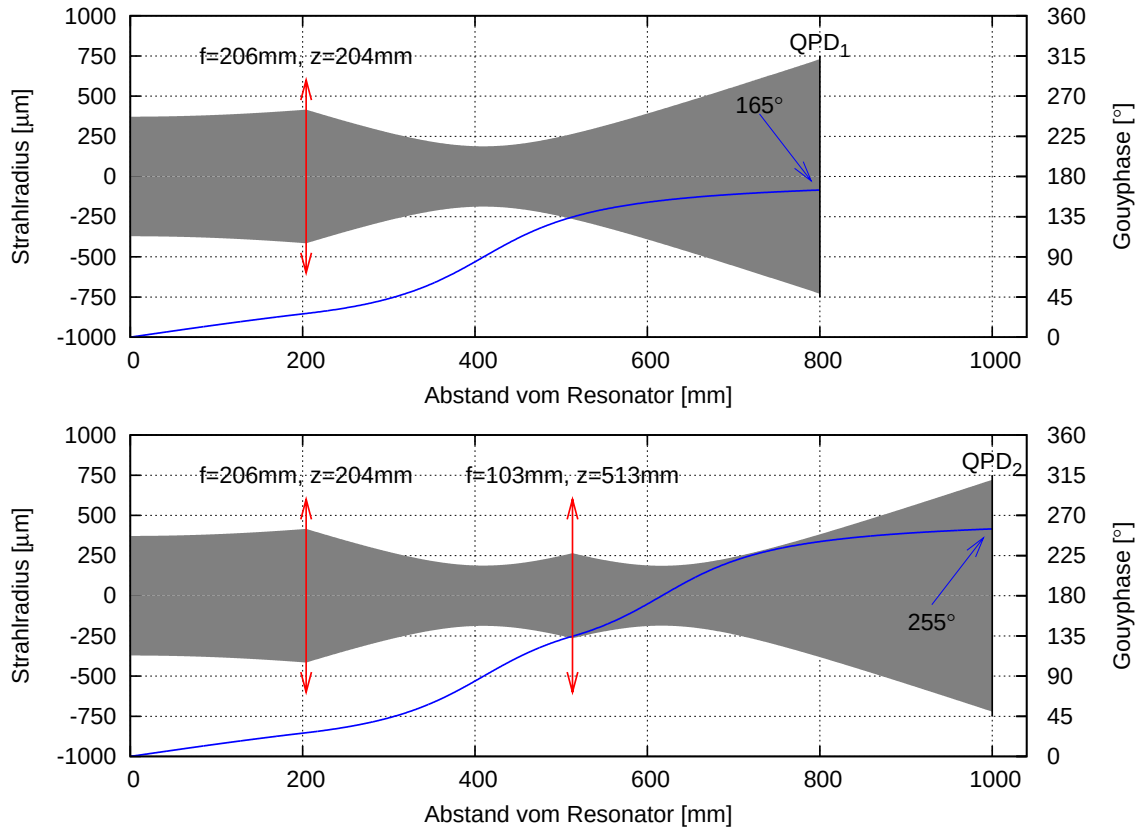


Abbildung B.1.: Die berechneten Strahlengänge nach der reflektierten Strahltaille am Resonator und die Position der beiden Quadrantenphotodioden. Grau schattiert ist der Durchmesser des Strahles angedeutet und in rot sind die Linsen markiert. Die Gouyphase der Strahlen ist in blau dargestellt.

BS_1	50-50 Strahlteiler
CCD_1	CCD-Kamera
CM_1, CM_2, CM_3	Resonatorspiegel
D_1	Strahlblocker
F_1	Graufilter
I_1,I_2	Irisblenden
ML_1,ML_2	Linsen ($f = 50\,\mathrm{mm}, f = 150\,\mathrm{mm}$)
$M_{1...5}$	Umlenkspiegel
PZT_1,PZT_2	3-Achsen-PZT-Spiegel
QPD_1,QPD_2	Quadrantenphotodioden
TL_1,TL_2	Linsen ($f = 200\,\mathrm{mm}, f = 100\,\mathrm{mm}$)

Tabelle B.1.: Beschreibung der optischen Komponenten in Abb. B.2

verwendeten Grundplatte. Mit entsprechenden Füßen für die Grundplatte ist die Strahlhöhe $h_t = 100\,\mathrm{mm}$.

Der Eingangsstrahl passiert zuerst die Irisblende I_1 und später die Blende I_2. Mithilfe dieser Blenden kann der Eingangsstrahl schnell grob auf die Strahlachse justiert werden. Zwischen den beiden Blenden stehen die Linsen ML_1 und ML_2 zur Modenanpassung. Beide sind auf Lineartischen mit Mikrometerschraube montiert, womit man die Linsen um 15 mm entlang der Strahlachse sehr genau verschieben kann. Weiterhin sind die Lineartische auf einer Schiene montiert, womit man diese wiederum grob um max. 49 cm verschieben kann. Ein aufgeklebtes Maßband erleichtert das Wiederfinden von Positionen. Die Brennweiten der Linsen werden je nach Strahlparameter des Eingangsstrahls gewählt[1]. Die Strahltaille ($w_0 = 372\,\mu\mathrm{m}$) des Resonators ist $d_{in} = 91\,\mathrm{cm}$ vom Eingang des Experiments entfernt. Über die Spiegel PZT_1 und PZT_2 wird der Strahl in den Resonator eingekoppelt. Mithilfe dieser Spiegel lässt sich die Strahllage grob per Hand und über die integrierten PZTs elektronisch justieren.

Der am Spiegel CM_1 reflektierte Strahl wird über den Spiegel M_1 und die Linse TL_1 abgebildet. Wie schon erwähnt dient dies dazu, die Strahlwege danach kurz halten zu können. Der 50-50 Strahlteiler BS_1 teilt den Strahl für die Quadrantenphotodioden auf. Ein Teilstrahl wird über den Spiegel M_4 auf die Quadrantenphotodiode QPD_2 reflektiert. Der andere Teilstrahl wird durch die zweite Linse TL_2 in der Gouyphase verschoben und mit den Spiegeln M_2 und M_3 auf die Quadrantenphotodiode QPD_1 abgebildet.

Hinter dem hochreflektierenden Spiegel CM_3 wird der Strahl über den Spiegel M_5 auf die CCD-Kamera CCD_1 abgebildet, um die transversale Intensitätsverteilung der resonanten Moden im Resonator beobachten zu können. Der Graufilter F_1 schwächt den Strahl ab, um die Kamera nicht zu überblenden.

In Tabelle B.1 sind die Komponenten aufgelistet, die für den Aufbau verwendet wurden. Ein Photo vom Aufbau ist in Abb. B.3 dargestellt.

B.2.3. Justierung

Folgende Reihenfolge wird verwendet, um das Experiment aufzubauen:

1. Zuerst wird die Schiene, die Linsen ML_1 und ML_2 und die Irisblenden I_1 und I_2 montiert. Der Eingangsstrahl wird so justiert, dass er ohne Linsen durch die beiden Blenden verläuft. Anschließend werden die Linsen nacheinander eingesetzt und so senkrecht zur Strahlachse justiert, dass der Strahl wieder mittig durch die Blende I_2 verläuft.

2. Nun werden die PZT-Spiegel PZT_1 und PZT_2, der Resonator, der Spiegel M_5 und die Kamera CCD_1 montiert. Mithilfe der Spiegel PZT_1 und PZT_2 wird der Strahl justiert, bis man auf der Kamera Moden des Resonators sieht. Man sollte gleichzeitig die Resonanzfrequenzen des Resonators durch eine langsame Rampe ($200\,\mathrm{V} \ldots 400\,\mathrm{V}$) auf dem PZT durchstimmen. Hat man erstmal höhere Moden im Resonator, ist dieser schnell komplett justiert.

3. Schließlich werden die restlichen Komponenten in beliebiger Reihenfolge montiert. Hilfreich ist es, zur Justierung von Spiegel M_1 eine zusätzliche Irisblende auf der Schiene von M_1 zu platzieren, um möglichst die durch die Schiene vorgegebene Strahlachse zu treffen. Die Linsen TL_1 und TL_2 werden möglichst genau an die vorher berechneten Stellen montiert.

[1] Das Experiment wurde mit einer Strahltaille von $w_0 = 136\,\mu\mathrm{m}$ am Eingang aufgebaut und mit Linsen, deren Brennweite in Tabelle B.1 angegeben sind, betrieben.

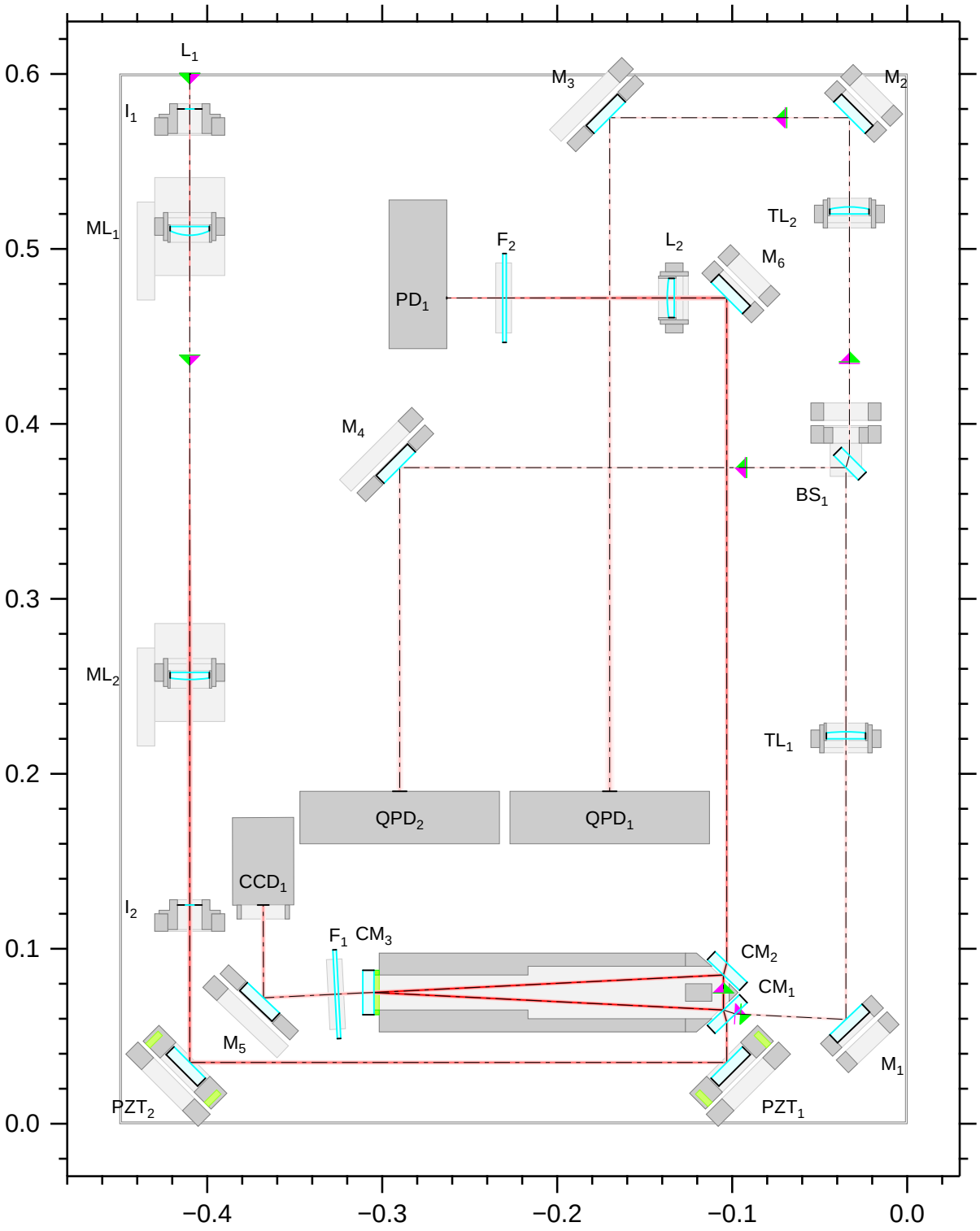


Abbildung B.2.: Optischer Aufbau des Experiments.

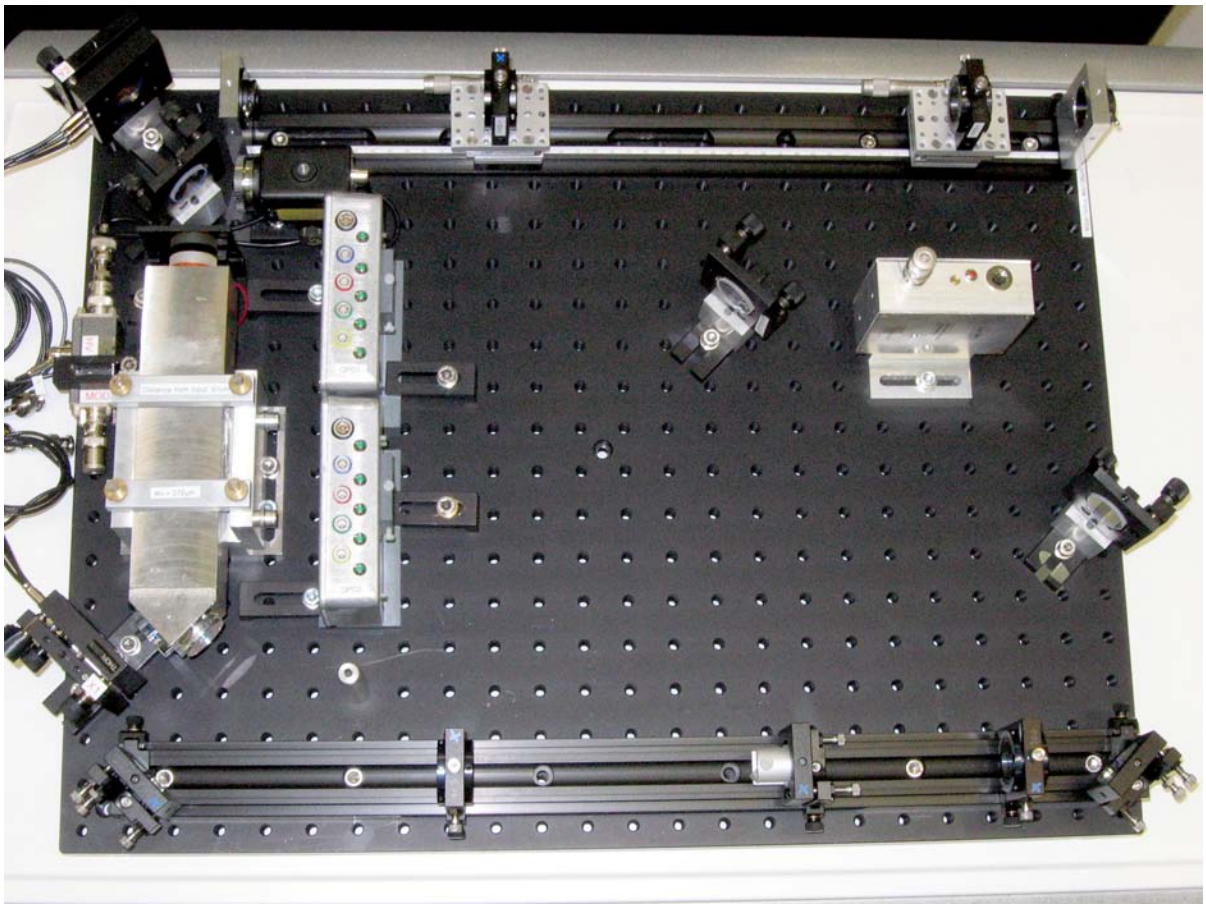


Abbildung B.3.: Photo des Auto-Alignments.

Um die Positionen der PZT-Spiegel PZT_1 und PZT_2, der Linsen TL_1 und TL_2 und der Quadrantenphotodioden QPD_1 und QPD_2 relativ zum Resonator zu verifizieren, werden Transferfunktionen von den PZT-Spiegeln zu den demodulierten Signalen der Quadrantenphotodioden gemessen. Anhand der Positionen der PZT-Spiegel kann der Einfluss auf die Strahllage und anhand der Gouyphasenposition der Quadrantenphotodioden die entsprechende Projektion der Strahllage berechnet werden. Daraus ergibt sich das zu erwartende Signal an den Quadrantenphotodioden. In Abb. B.4 ist der Vergleich zwischen den erwarteten und gemessenen Signalen der Quadrantenphotodioden bei Anregung der beiden PZT Spiegel dargestellt. Die Vorzeichen der Signale sind durch viele Faktoren beeinflusst, jedoch für alle Kanäle gleich. Die Abweichung von einem Signal lässt sich durch die unterschiedliche Anzahl an 90°-Spiegelungen erklären.

Folgende Reihenfolge wird verwendet, um das Experiment zu justieren:

1. Der Eingangsstrahl muss ohne die Linsen ML_1 und ML_2 durch die beiden Blenden I_1 und I_2 verlaufen. Anschließend werden die beiden Linsen nacheinander eingesetzt und jedes mal so justiert, dass der Strahl immer noch durch die zweite Blende verläuft. Die Positionen und Brennweiten der Linsen sollten vorher aus den Strahlparametern des Eingangsstrahls berechnet werden.

2. Nun sollten zumindest höhere Moden mit der Kamera beobachtbar sein, wenn man den Resonator durch eine Rampe am PZT durchstimmt. Mit einem Oszilloskop, welches auf

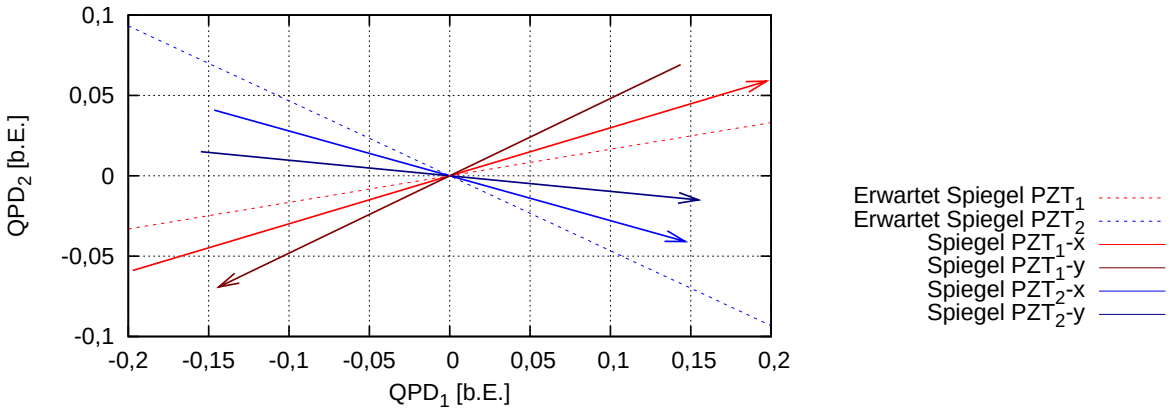


Abbildung B.4.: Erwartete und gemessene Signale der Quadrantenphotodioden bei Anregung der PZT Spiegel.

diese Rampe getriggert ist, kann man sich die an dem Resonator reflektierte Leistung mit einer der Quadrantenphotodioden anschauen. Mithilfe der Spiegel PZT_1 und PZT_2 wird die Strahllage solange justiert, bis die Grundmode dominant ist und sich der Resonator auf diese stabilisieren lässt.

3. Im stabilisierten Zustand des Resonators kann jetzt die Strahllage weiter optimiert werden, indem die reflektierte Leistung minimiert und die transmittierte Leistung (zusätzliche Photodiode) maximiert wird. Da der dynamische Bereich des Auto-Alignment stark durch den geringen Hub der PZT-Spiegel PZT_1 und PZT_2 limitiert ist, muss die Strahllage bezogen auf den dynamischen Bereich der PZT-Spiegel gut stimmen, bevor man die Feinjustierung den Regelkreisen überlassen kann.

4. Schließlich sollte der Strahl mittig auf den Quadrantenphotodioden positioniert werden, indem die Strahlposition über die Spiegel M_3 und M_4 angepasst wird. Aus dem Differenzsignal (dx, dy) der Quadranten lässt sich die Position des Strahls auf den Photodioden ablesen. Nun sollte sich die *alignment* Regelkreise anschalten lassen. An den HV-Verstärkern für die PZT von PZT_1 und PZT_2 lässt sich das Stellsignal ablesen. Läuft ein Kanal gegen den Rand des dynamischen Bereichs, weiß man sofort an welcher von den vier Spiegel-Justierungs-Schrauben man drehen muss, um das System wieder aus der Sättigung zu bringen.

5. Mit laufendem Auto-Alignment kann man nun die Position der Linsen ML_1 und ML_2 schrittweise optimieren. Dabei sollte man versuchen, die transmittierte Leistung zu maximieren und immer ein Auge auf den HV-Verstärkern haben, um zu sehen ob man durch Verschiebung der Linsen die Strahllage so sehr dejustiert hat, dass der dynamische Bereich des Auto-Alignments nicht ausreicht, dies zu kompensieren.

B.3. Regelkreis

B.3.1. Design

Das Experiment beinhaltet fünf Regelkreise. Ein Regelkreis dient dazu den Resonator mit dem einfallenden Licht in Resonanz zu halten, indem die Resonanzfrequenzen durch den PZT am

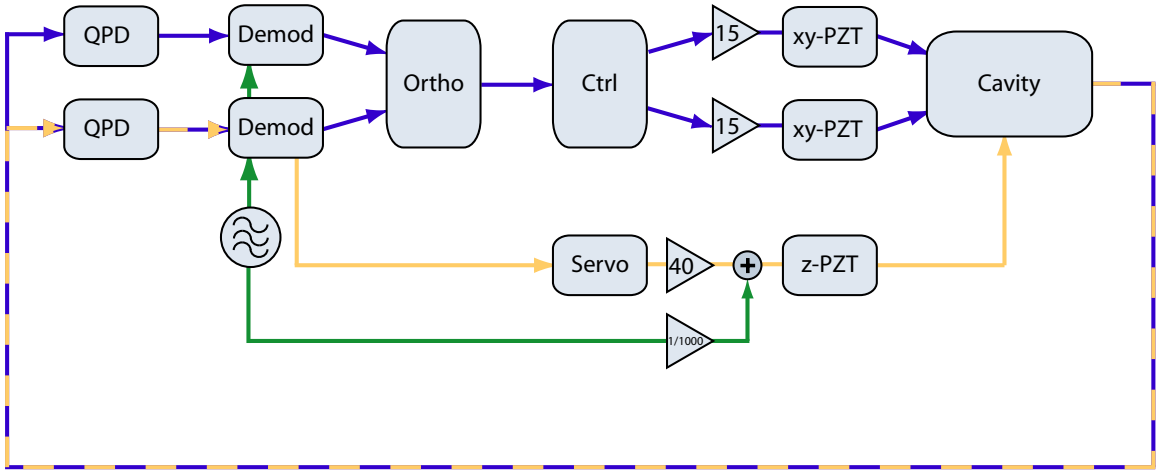


Abbildung B.5.: Übersicht der verwendeten Regelkreise.

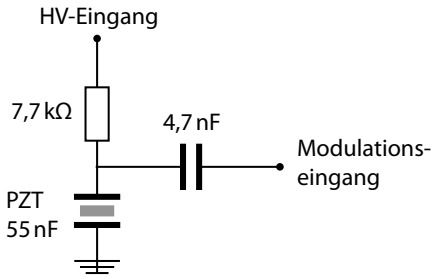


Abbildung B.6.: Schaltung vom PZT des Ringresonators.

Spiegel CM_3 geregelt werden. Vier Regelkreise dienen dazu die Strahllage zu regeln. Dazu wird mit den Quadrantenphotodioden die Strahllage gemessen und mit den PZT in den Spiegeln PZT_1 und PZT_2 die Strahllage geregelt. Eine Übersicht der Regelkreise ist in Abb. B.5 als Blockschaltbild dargestellt, wobei die einzelnen Blöcke in den nächsten Abschnitten näher erklärt sind.

Maßgebend für den Regelkreis, der den Resonator resonant hält, ist die erste Resonanz vom PZT an CM_3, der als Aktuator dient. Die erste Resonanz liegt bei ca. 10 kHz, bei kleineren Fourier-Frequenzen ist die Transferfunktion des PZT flach. Folglich wird ein elektronischer Tiefpass benötigt, sodass *unity gain* unterhalb von 10 kHz liegt. Ein hochspannungsfester Serienwiderstand mit $7,7\,\mathrm{k\Omega}$, die Kapazität des PZT von 55 nF und die des Modulationseingangs von 4,7 nF bilden diesen Tiefpass, der eine Eckfrequenz von $f_{pole} = 346\,\mathrm{Hz}$ besitzt (s. Abb. B.6). Weiterhin wurde, um *unity gain* einstellen zu können, ein variabler Proportional-Verstärker und um mehr Verstärkung bei kleinen Fourier-Frequenzen zu erhalten, ein ab $f_{int} = 1\,\mathrm{kHz}$ abgefangener Integrator verwendet. Die Transferfunktion dieses Regelkreises wurde gemessen und ist in Abb. B.7 dargestellt.

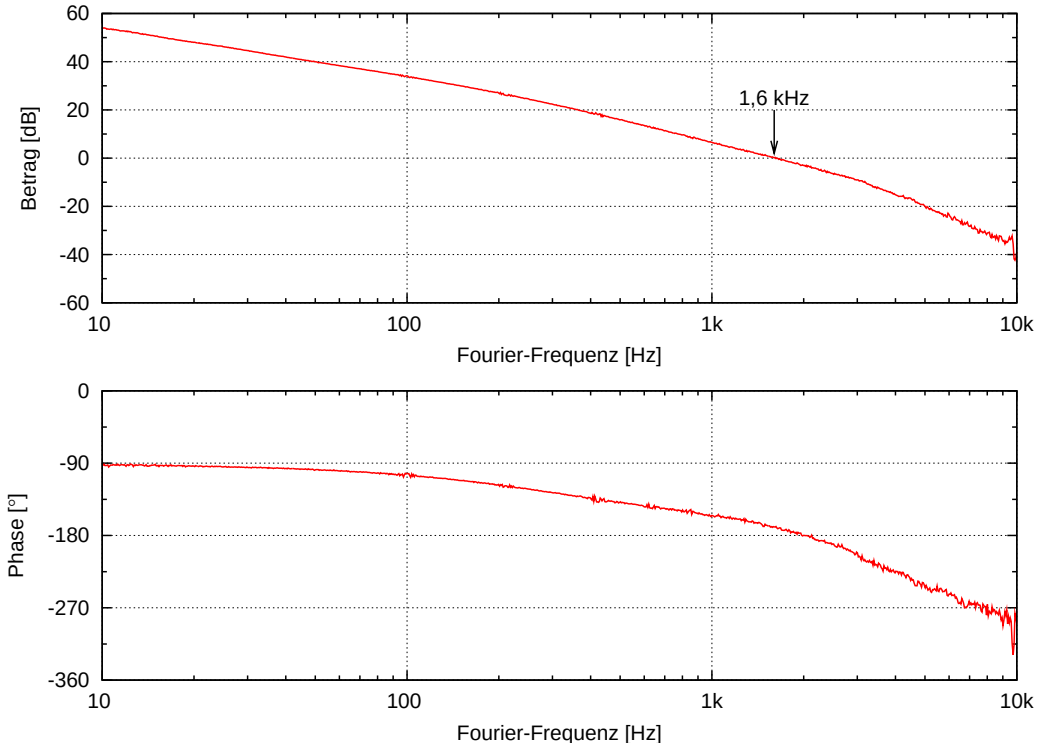


Abbildung B.7.: Transferfunktion des Resonatorregelkreises.

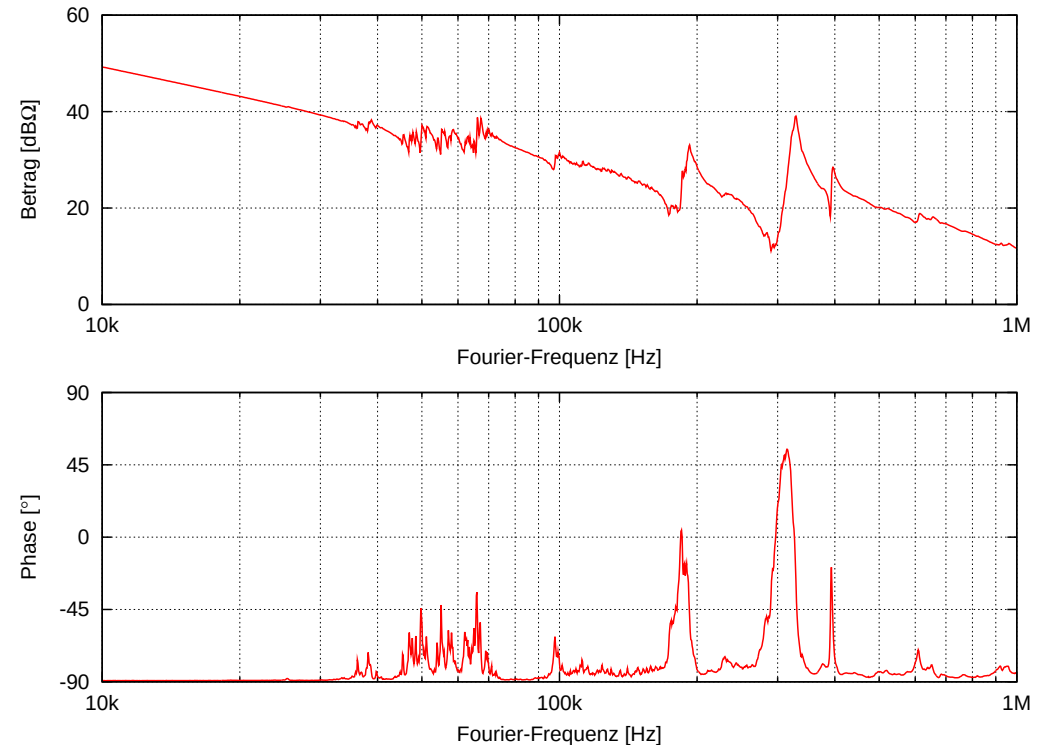


Abbildung B.8.: Komplexe Impedanz des Resonator-PZTs.

Lokaloszillator	Stanford Research Signalgenerator DS345
Oszilloskop	4-Kanal Tektronix
HV Verstärker	3-Kanal Thorlabs und 400V Eigenbau
Leistungsmessgerät	Coherent LM-3
Netzwerkanalysator	Agilent und Stanford Research SR785

Tabelle B.2.: Verwendete Geräte für das Experiment.

Um ein Fehlersignal zu generieren, wird der PZT am Resonator mit einer Fourier-Frequenz von $f_{mod} = 50\,\mathrm{kHz}$ und einer Amplitude von $U_{pp} = 600\,\mu\mathrm{V}$ moduliert. Die komplexe Impedanz des PZTs wurde gemessen und ist in Abb. B.8 dargestellt. Die Modulation wird kapazitiv über die in Abb. B.6 dargestellte Schaltung auf den PZT übertragen. Ein Funktionsgenerator, der als Lokaloszillator dient, generiert das Signal mit $U_{pp} = 20\,\mathrm{V}$ Amplitude. Dieses wird über einen aktive Filterschaltung auf die angegebene Spannung $U_{pp} = 600\,\mu\mathrm{V}$ abgeschwächt. Wird der Resonator in der hohen Finesse betrieben, wird die Amplitude des Lokaloszillators um den Faktor $a = \sqrt{20} \approx 4.5$ reduziert, da durch die ca. 20fache Finesse die Verstärkung im Regelkreis ebenfalls um den Faktor 20 angehoben wird. Da die Amplitude des Lokaloszillators quadratisch zur Verstärkung des Regelkreises beiträgt, entsteht der Faktor $\sqrt{20}$. Das demodulierte Summensignal einer Quadratenphotodiode wird als Fehlersignal verwendet. Die Beschaltung der Quadrantenphotodiode und der Demodulationselektronik ist im nächsten Abschnitt dargestellt.

Der elektronische Teil des Reglers besteht aus dem *Universal Servo*, der den genannten Proportional-Verstärker und den abgefangenen Integrator enthält. Das Ausgangssignal wird durch einen HV-Verstärker um einen Faktor $G_{HV} = 40$ verstärkt und dann über die Schaltung in Abb. B.6 auf den PZT gegeben.

Die vier Regelkreise zur Stabilisierung der Strahllage sind in ihrer Bandbreite durch die erste mechanische Resonanz der PZT in den Spiegeln PZT_1 und PZT_2 begrenzt. Hier wird für jeden Regelkreis auch ein hochspannungsfester Serienwiderstand von $2{,}2\,\mathrm{k\Omega}$ und die Kapazität der PZT $C_{\mathrm{PZT}} = 750\,\mathrm{nF}$ benutzt, um einen passiven Tiefpass mit $f = 96\,\mathrm{Hz}$ Eckfrequenz zu erzeugen. Weiterhin wurde, um *unity gain* einstellen zu können, ein variabler Proportional-Verstärker verwendet.

Die Fehlersignale werden aus den demodulierten Differenzen *demod dx* und *demod dy* der Quadrantenphotodioden-Signale erzeugt. Der Aufbau der Quadrantenphotodioden und der Demodulationselektronik ist im nächsten Abschnitt detaillierter dargestellt. Die demodulierten Signale stellen Linearkombinationen aus der Verschiebung und Verkippung des Strahls in der Strahltaille dar. Mithilfe der Orthogonalisierungselektronik werden aus den vier demodulierten Signalen vier Fehlersignale für die vier PZT der Spiegel PZT_1 und PZT_2 erzeugt.

Der elektronische Regler ist im nächsten Abschnitt weiter erklärt. Das Stellsignal wird über zwei Drei-Kanal-HV-Verstärker von *Thorlabs* (Verstärkung $G_{\text{TL-HV}} = 15$) mit den oben angegebenen Serienwiderständen auf die PZT gegeben.

B.3.2. Elektronik

Neben den in den nächsten Unterabschnitten beschriebenen gebauten Elektroniken wurden die in Tabelle B.2 aufgelisteten Geräte für den Aufbau und dessen Diagnose verwendet. Diese Elektronik wurde von Olaf Beyer und Frank Seifert entwickelt.

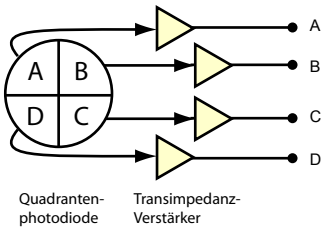


Abbildung B.9.: Blockschaltbild der Quadrantenphotodioden.

B.3.2.1. Quadrantenphotodioden

Als Photodioden werden Silizium-Quadrantenphotodioden verwendet. Jeder Quadrant wird mit einem Transimpedanzverstärker ausgelesen. Zusätzliche Leuchtdioden dienen dazu, eine Sättigung der Quadranten anzuzeigen. Ein Blockschaltbild ist in Abb. B.9 abgebildet. Die gemessene Bandbreite der Quadrantenphotodioden ist in Abb. B.10 dargestellt.

B.3.2.2. Demodulation

Die Demodulationselektronik demoduliert die vier Quadranten einer Photodiode und bildet für die nachfolgenden Stufen die benötigten Summen und Differenzen. Pro Quadrantenphotodiode wird eine Demodulationselektronik benötigt. Ein Blockschaltbild der Elektronik ist in Abb. B.12 dargestellt. Die Signale der Quadranten werden einzeln mit dem externen Lokaloszillator demoduliert. Mit dem Phasenschieber lässt sich die Phase des Lokaloszillators um bis zu 180° drehen. Direkt hinter dem Eingangsbandpass wird das Signal möglichst viel verstärkt, um nicht vom Rauschen der nachfolgenden Stufen dominiert zu sein. Aus den vier demodulierten Signalen wird das Summensignal *demod sum*, das Differenzsignal der linken und rechten Halbebene *demod dx* und das Differenzsignal der unteren und oberen Halbebene *demod dy* gebildet. Die gleichen Summen und Differenzen werden mit den nicht-demodulierten Signalen gebildet. Damit lässt sich der Strahl auf der Photodiode zentrieren. Das demodulierte Summensignal *demod sum* einer Quadrantenphotodiode wird zum Regeln der Resonanzfrequenzen des Resonators verwendet.

Der Phasenschieber für den Lokaloszillator lässt sich justieren, indem der Resonator mit einer Rampe (einige 10 Hz) am PZT über eine Grundmode durchgestimmt wird und dabei gleichzeitig das demodulierte Summensignale *demod sum* beobachtet wird. Durch Verstellen des Potentiometers vom Phasenschieber kann nun das Signal *demod sum* optimiert werden. Mithilfe der Monitorausgänge der Phasenschieber lässt sich schnell die Phase von der zweiten Demodulationselektronik an die von der ersten angleichen.

Die Bandbreite der Demodulationselektronik wurde unter Verwendung eines zum Lokaloszillator synchronisierten Signalgenerators gemessen, dessen Signal über einen Amplitudenmodulations-Eingang moduliert werden konnte. Die Transferfunktion ist in Abb. B.11 dargestellt.

B.3.2.3. Orthogonalisierung

Mit der Orthogonalisierungselektronik werden die Linearkombinationen der demodulierten Signale für die beiden PZT-Spiegel gebildet. Zuerst können die *demod dx* und *demod dy* Signale von beiden Demodulationselektroniken mit dem Summensignal *sum* der entsprechenden Quadrantenphotodiode normiert werden, um Leistungsfluktuationen zu kompensieren. Diese Normierung wird im aktuellen Stand des Experiments überbrückt, da der beschriebene Effekt relativ klein

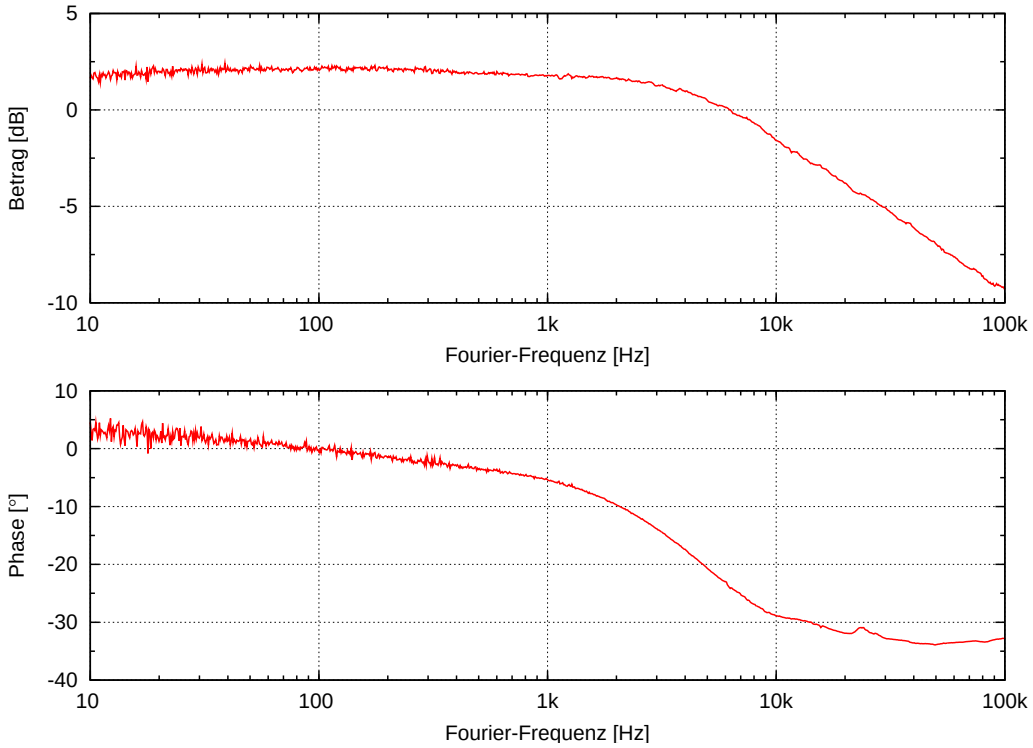


Abbildung B.10.: Bandbreite der Quadrantenphotodioden.

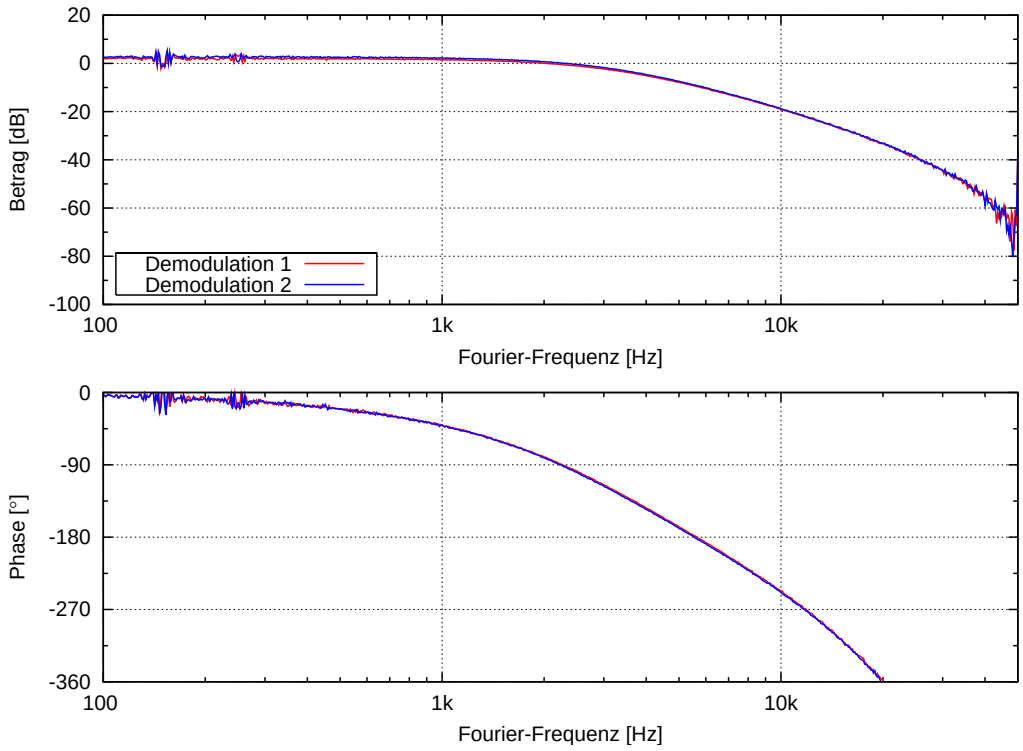


Abbildung B.11.: Bandbreite der Demodulationselektronik.

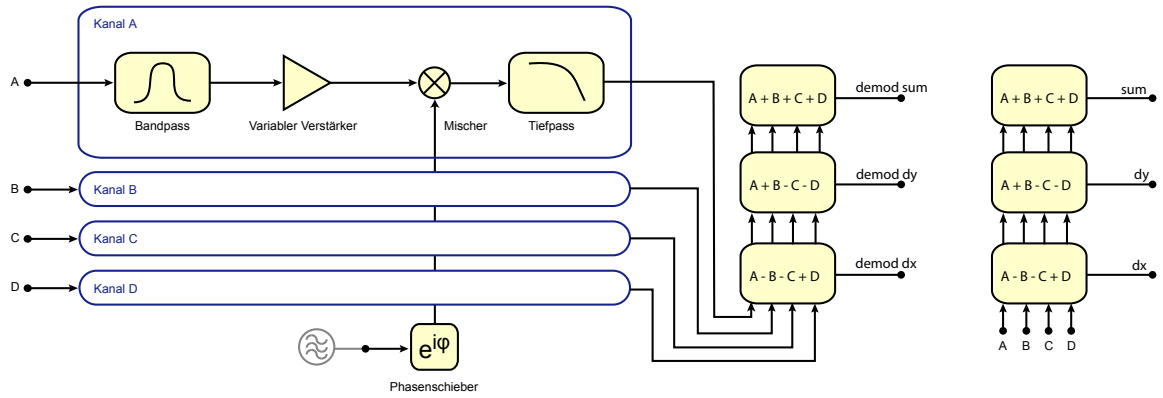


Abbildung B.12.: Blockschaltbild der Demodulationselektronik.

ist. Anschließend werden die beiden *demod dx* so gemischt, dass ein Testsignal auf dem PZT für diesen Kanal maximiert und auf allen anderen PZT minimiert wird. Ein Blockschaltbild der Elektronik ist in Abb. B.13 abgebildet.

Um die Mischung der Kanäle einzustellen, wird wie folgt vorgegangen: Zur Justierung des X-Kanals für den Spiegel PZT_1 wird auf den anderen Spiegel PZT_2 am X-Eingang ein Rampe oder ein Sinussignal mit einigen Volt Amplitude angelegt, sodass dieses Signal deutlich in den beiden *demod dx* Signalen der Demodulationselektroniken zu sehen ist. Nun wird das Ausgangssignal der Orthogonalisierungselektronik für den X-Eingang des PZT-Spiegels PZT_1 gemessen. Durch Änderung der Linearkombination wird das Signal minimiert. Eine Unterdrückung des Signals um ca. 20 dB bis 50 dB bezogen auf das maximal erreichbare Signal ist möglich. Nun sollte automatisch ein Testsignal am Spiegel PZT_1 mit maximaler Signalstärke am Ausgang der Orthogonalisierungselektronik für diesen Spiegel erscheinen. Dieses Verfahren wiederholt man für die übrigen drei Kanäle.

B.3.2.4. Regler

Die Reglerelektronik für die vier PZT Kanäle enthält eine variable Proportional-Verstärkung, zwei Notch-Filter, einen PID- und einen PI-Regler und einen optionalen Inverter. Momentan sind die beiden Notch-Filter nicht bestückt und waren zum Kompensieren der ersten Resonanzen der PZT-Spiegel gedacht. Ein zusätzlicher Tiefpass wird durch den Serienwiderstand zwischen HV-Verstärker und PZT mit der Kapazität des PZT gebildet.

B.3.3. Transferfunktionen

Die gemessenen Transferfunktionen der kompletten Regelkreise sind in Abb. B.15 und Abb. B.16 dargestellt. Die *unity gain* Fourier-Frequenzen liegen für die vier Regelkreise aufgrund der unterschiedlichen Resonanzfrequenzen der PZT-Spiegel zwischen 60Hz und 200Hz verteilt.

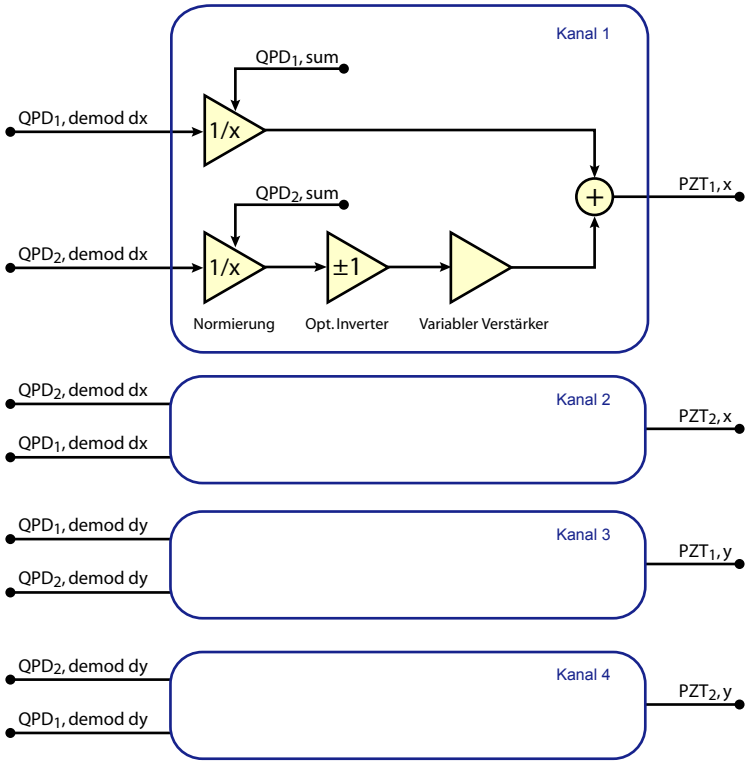


Abbildung B.13.: Blockschaltbild der Orthogonalisierungselektronik.

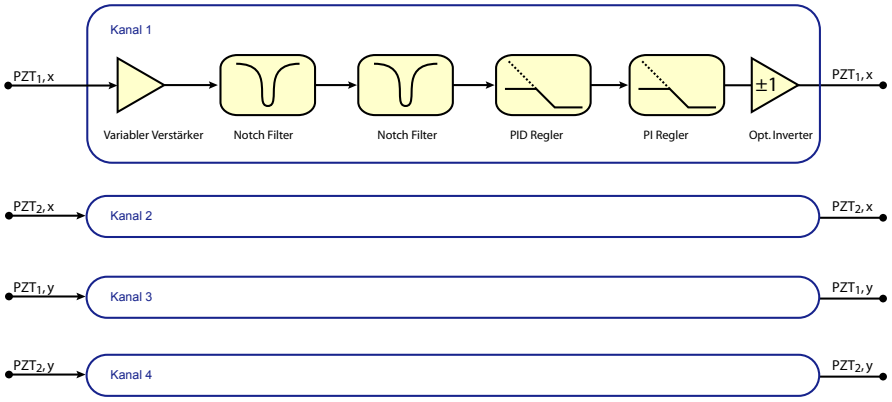


Abbildung B.14.: Blockschaltbild der Reglerelektronik.

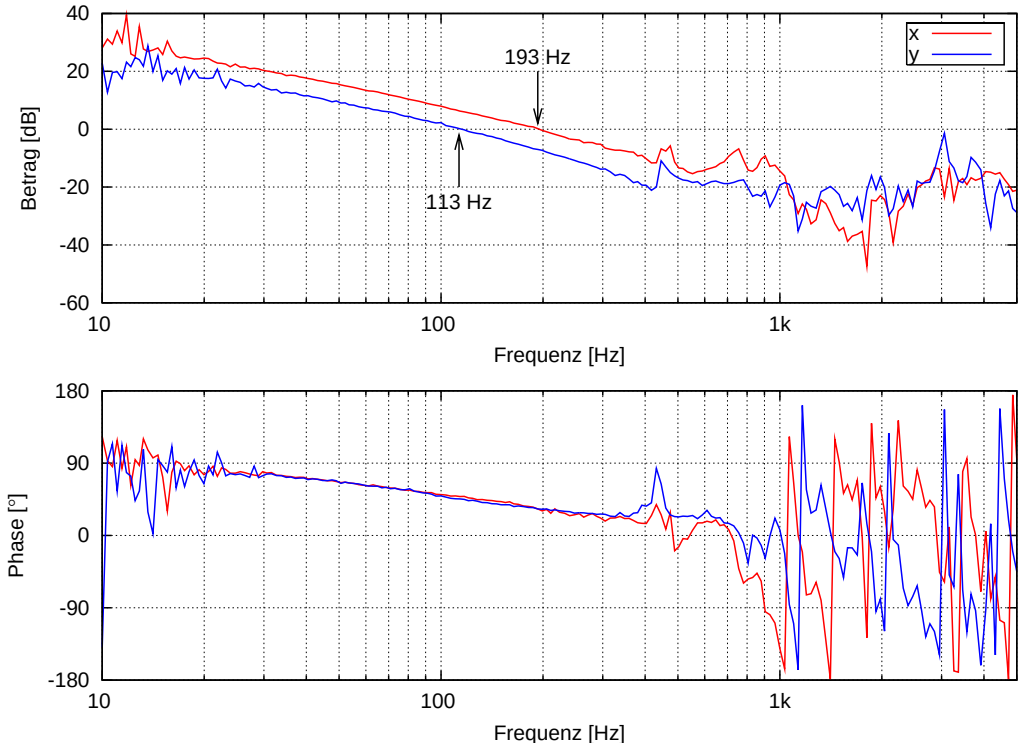


Abbildung B.15.: Transferfunktionen der Regelkreise für Spiegel PZT_1.

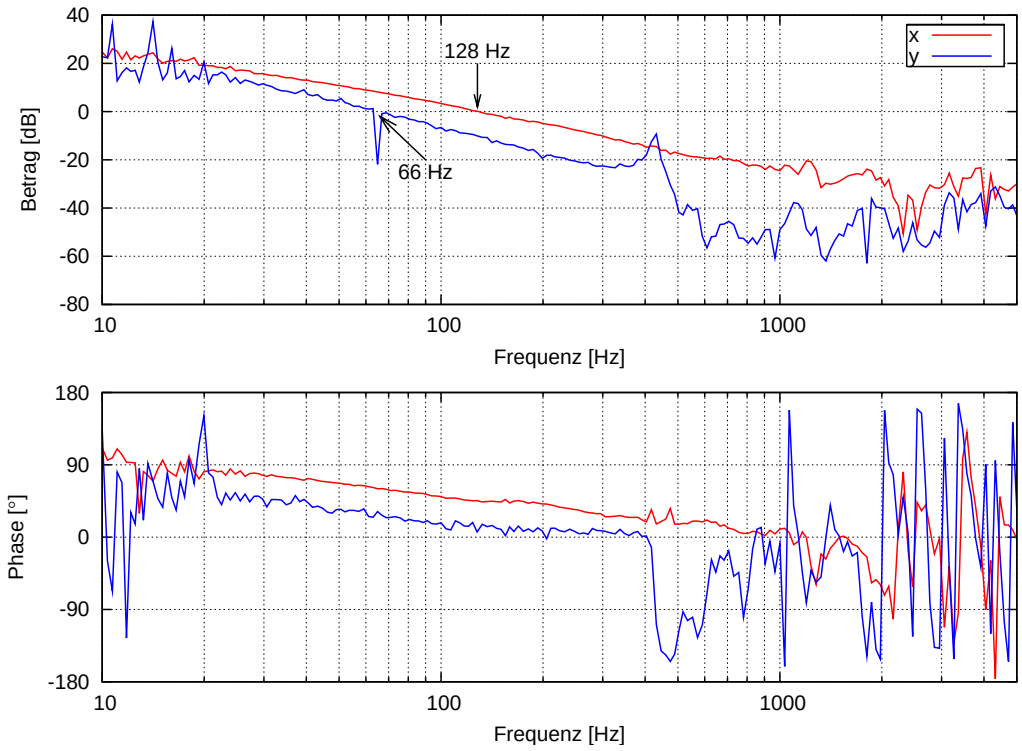


Abbildung B.16.: Transferfunktionen der Regelkreise für Spiegel PZT_2.

B.4. Messung des Grundmodeanteils

B.4.1. Messverfahren

Zur Messung des Grundmodeanteils des einfallenden Strahls wird das Leistungsverhältnis vom reflektierten zum einfallenden und vom transmittierten zum einfallenden Licht bei resonantem Resonator gemessen. Das Verhältnis von reflektierter zur einfallenden Leistung kann über die Summenspannung an einer Quadrantenphotodiode gemessen werden. Bei nicht-resonantem Resonator misst man die Spannung für das einfallende Licht. Die transmittierte und einfallende Leistung kann mit einem Leistungsmesskopf gemessen werden.

Jede nicht-optimale Einkopplung in den Resonator führt zu einer geringeren Transmission des Resonators, da die Grundmode des einfallenden Lichts nicht optimal auf den Grundmode des Resonators abgebildet wurde. Um diesen justierungsbedingten Effekt zu minimieren, wird versucht, die Einkopplung zu maximieren. Dazu wird der Resonator auf die Grundmode stabilisiert und man beobachtet die reflektierte und transmittierte Leistung. Das Auto-Alignment optimiert die Einkopplung bezüglich der Strahllage. Nun bleiben die Positionen der Linsen ML_1 und ML_2 als Freiheitsgrade übrig, um die Einkopplung weiter zu optimieren. Mit den Mikrometerschrauben können die Linsen sehr genau positioniert werden. Da die Linsen nicht exakt auf der Strahlachse liegen, wird eine Verschiebung der Linse zu einer Änderung der Strahllage führen, die das Auto-Alignment jedoch sofort korrigiert. Man sollte mit den Spannungsanzeigen an den HV-Verstärkern darauf achten, dass die Regelkreise nicht gesättigt sind und gegebenenfalls den Spiegelfreiheitsgrad manuell nachjustieren. Da der dynamische Bereich der Regelkreise sehr klein ist, passiert es relativ oft, dass die Spiegel nach größeren Linsenverschiebungen nachjustiert werden müssen. Die Linsen werden nun mit dem Ziel, die reflektierte Leistung zu minimieren und die transmittierte zu maximieren, verschoben.

Sind die Strahlparameter des einfallenden Strahls bekannt, so ist es sehr hilfreich die Positionen der Linsen ML_1 und ML_2 zuerst zu berechnen, bevor man sie mit dem eben beschriebenen Verfahren optimiert.

Da nur eine Quadrantenphotodiode zur Stabilisierung des Resonators benötigt wird, kann man vor die andere Quadrantenphotodiode kurzzeitig[2] eine Detektorkarte halten, um sich den reflektierten Strahl anzusehen. Nicht-optimale Positionen der Linsen führen zur Reflektion von LG Strahlen.

B.4.2. Messungen

Eine Demonstration des Auto-Alignment ist in Abb. B.17 dargestellt. Dort wurden die Regelkreise nacheinander eingeschaltet und gleichzeitig die vom Resonator reflektierte Leistung aufgezeichnet. Die Regelkreise optimieren die Justierung auf den Resonator schrittweise, wodurch die reflektierte Leistung schrittweise abnimmt und mehr Licht transmittiert wird.

Bei einem MISER wurde in der niedrigen Finesse des Resonators eine Transmission von 94% erreicht. 188 mW wurden von den einfallenden 200 mW transmittiert. 97,5% der einfallenden Leistung wurde in den Resonator eingekoppelt, da das Spannungssignal der Quadrantenphotodioden auf 217 mV fiel, im Vergleich zum Pegel von 8,8 V im nicht-resonanten Fall.

In der hohen Finesse des Resonators wurde eine Transmission von 78,5% (157 mW von 200 mW) erreicht, wobei 93,8% in den Resonator eingekoppelt wurde.

Diese Ergebnisse sind noch einmal in Tabelle B.3 zusammengefasst. Die verwendeten Messgeräte sind in Tabelle B.4 aufgelistet.

[2] Das Auto-Alignment funktioniert dann natürlich nicht.

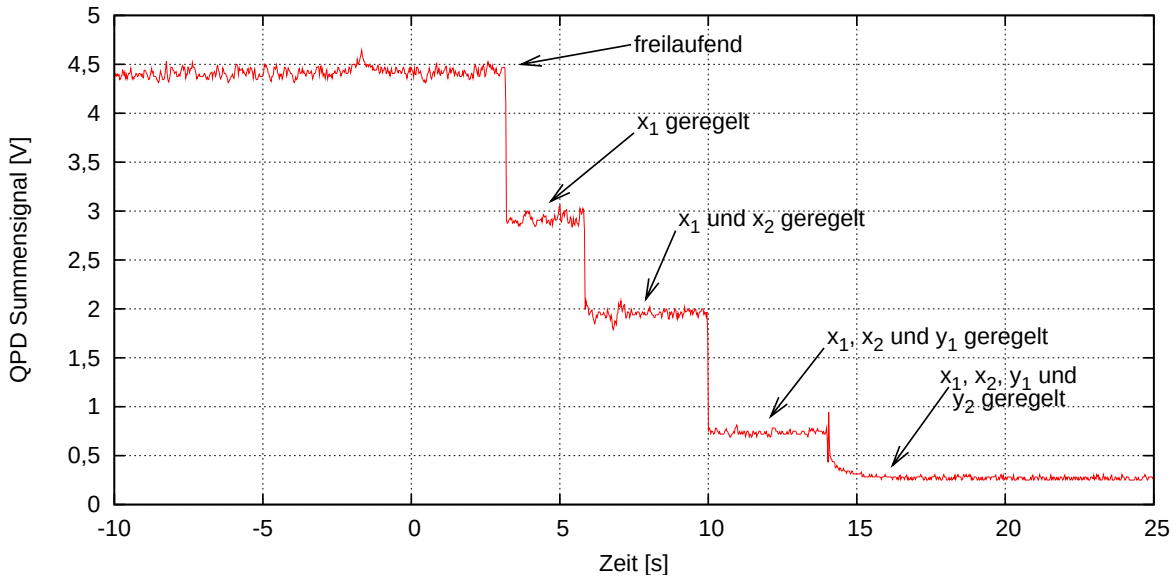


Abbildung B.17.: Demonstration der Regelkreise. Reflektierte Leistung am Resonator der vier Regelkreise x_1, x_2, y_1 und y_2, die nacheinander eingeschaltet wurden.

Finesse	Eingestrahlte Leistung	Reflektierte Leistung	Transmittierte Leistung
200	200 mW	$4,9\,\text{mW} = 2,5\%$	$188\,\text{mW} = 94\%$
4000	200 mW	$12,4\,\text{mW} = 6,2\%$	$157\,\text{mW} = 78,5\%$

Tabelle B.3.: Zusammenfassung der Reflektions- und Transmissionsanteile am Resonator.

B.5. Messung der höheren Moden

B.5.1. Kalibration

Der PZT des Resonators muss kalibriert werden, um aus der Spannung am PZT die Resonanzfrequenzen des Resonators bestimmen zu können. Der PZT ändert die Umlauflänge des Resonators mikroskopisch und damit die Resonanzfrequenzen. Die Änderung des freien Spektralbereichs kann hierbei vernachlässigt werden. Man benötigt eine Kalibrationsfunktion, die aus der messbaren Spannung am PZT die Frequenzverschiebung einer Resonanz des Resonators berechnet, da der Zusammenhang nichtlinear ist. Das Kalibrationsverfahren ist in Abschnitt 3.4.3 genauer beschrieben.

Die Kalibrationsfunktionen sind in Tabelle B.5 angegeben und in Abb. B.18 dargestellt. Diese Polynome beschreiben den Zusammenhang zwischen der HV-Monitor Spannung U, die 1/100 der Spannung am PZT beträgt, und der Resonanzfrequenz in freien Spektralbereichen.

Am MISER wurde eine Rampe mit einer Frequenz von 1/2400 der PZT-Rampenfrequenz und eine Amplitude von $U_{pp} = 250\,\text{mV}$ am Temperaturmodulationseingang verwendet. Eine

Oszilloskop	4-Kanal Tektronix
Leistungsmessgerät	Coherent LM-3

Tabelle B.4.: Verwendete Messgeräte für die Messung des Grundmodeanteils.

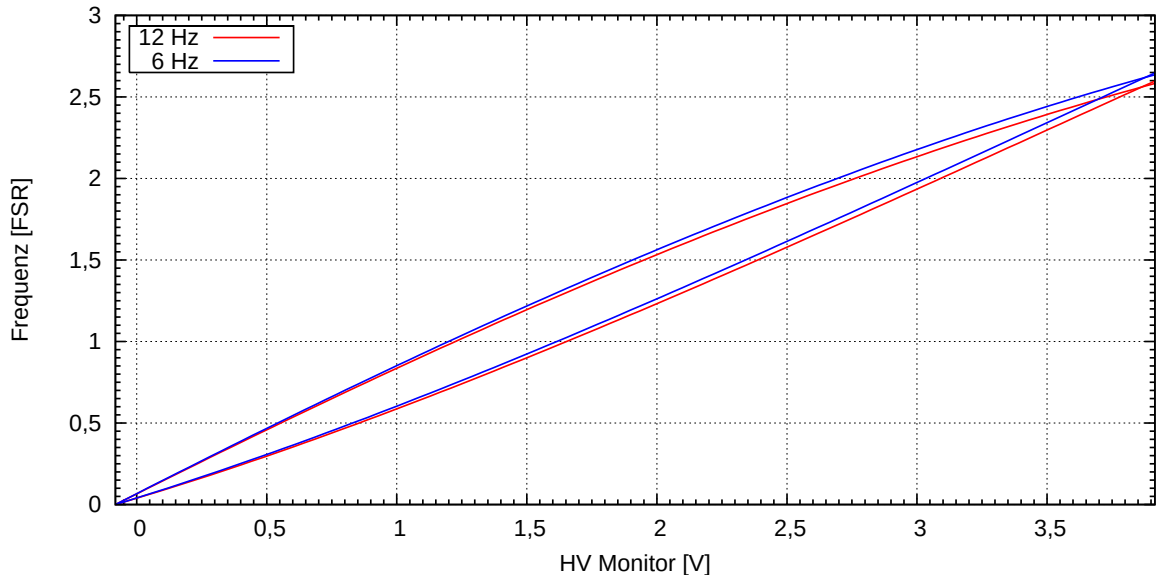


Abbildung B.18.: PZT-Kalibrationsfunktionen für verschiedene Rampenfrequenzen.

Temperaturrampe, also 2400 steigende und 2400 fallende PZT-Rampen, wurden mit einer A/D-Wandlerkarte mit einer Samplingfrequenz $f = 20\,\mathrm{kHz}$ aufgenommen.

B.5.2. Messverfahren

Zuerst wird der Eingangsstrahl, am einfachsten mit Hilfe des Auto-Alignment, optimal auf den Resonator justiert, um später möglichst wenig höhere Moden durch schlechte Justierung zu erhalten. Anschließend wird eine Dreiecksrampe am PZT angelegt für die eine Kalibrationsfunktion bekannt ist. Das Transmissionsignal wird mit einer Photodiode gemessen. Dabei sollte darauf geachtet werden, die Modulation des PZTs vorher auszuschalten.

Folgendes Verfahren wurde verwendet, um einen möglichst großen dynamischen Bereich des Transmissionssignals zu erhalten: Ein Speicheroszilloskop wurde extern auf die Rampe des PZTs getriggert. Beide Eingänge wurden mit der Photodiode verbunden. Die Verstärkung des einen

Rampe	Kalibrationspolynom
12 Hz, 400 V, steigend $(U = -0,0818\,V \ldots 3,91\,V)$	$F_p(U) = -1,668{\cdot}10^{-4}U^5 + 1,871{\cdot}10^{-3}U^4 -$ $1,376{\cdot}10^{-2}U^3 + 7,941{\cdot}10^{-2}U^2 + 4,807{\cdot}10^{-1}U$
12 Hz, 400 V, fallend $(U = 3,91\,V \ldots -0,0818\,V)$	$F_p(U) = -9,844{\cdot}10^{-5}U^5 + 9,933{\cdot}10^{-4}U^4 -$ $7,038{\cdot}10^{-3}U^3 - 2,146{\cdot}10^{-2}U^2 + 7,982{\cdot}10^{-1}U$
6 Hz, 400 V, steigend $(U = -0,0809\,V \ldots 3,91\,V)$	$F_p(U) = -3,473{\cdot}10^{-5}U^5 + 6,205{\cdot}10^{-4}U^4 -$ $9,595{\cdot}10^{-3}U^3 + 7,267{\cdot}10^{-2}U^2 + 4,994{\cdot}10^{-1}U$
6 Hz, 400 V, fallend $(U = 3,91\,V \ldots -0,0809\,V)$	$F_p(U) = -7,168{\cdot}10^{-5}U^5 + 6,901{\cdot}10^{-4}U^4 -$ $5,993{\cdot}10^{-3}U^3 - 2,292{\cdot}10^{-2}U^2 + 8,134{\cdot}10^{-1}U$

Tabelle B.5.: Kalibrationspolynome für verschiedene Rampen. Als Spannung U muss das HV-Monitor-Signal eingesetzt werden, welches 1/100 der Spannung am PZT entspricht. Die Funktion $F_p(U)$ ergibt dann die Frequenz in freien Spektralbereichen.

PZT-Rampe	12 Hz, 400 V, steigende Flanke
Finesse	202,9
Auflösung	18,16 Datenpunkte pro Linenbreite
Identifizierte Moden	33
Gouyphase	$108,6 \pm 0,3$MHz
M^2-Faktor	1,1
Leistung in höheren Moden	3,3%
Leistung nach Filterung	0,001%

Tabelle B.6.: Informationen zur Modenabtastung in Abb. B.19 vom MISER.

Kanals wurde so eingestellt, dass das vollständige Signal aufgezeichnet wurde und die Verstärkung des anderen wurde so eingestellt, dass gerade alle Moden bis auf die Grundmode aufgezeichnet wurden. Die Daten beider Kanäle wurden zeitgleich gespeichert und später zu einem Signal mit wesentlich höherem dynamischen Bereich zusammengeführt. Anschließend wurde die Rampe bei unveränderter Triggerung mit einem Kanal aufgenommen.

Die Auswertung des Transmissionssignals wurde mit einem Programm automatisiert. Der zugrundeliegende Algorithmus ist in Abschnitt 3.4.3 näher beschrieben.

B.5.3. Fehlerquellen

Bei dem vorgestellten Verfahren werden mehrere Annahmen gemacht, die nur bis zu einem gewissen Grad erfüllt sind und somit zu Fehlern führen können:

- Es wird angenommen, dass sich die Leistungsverteilung der höheren Moden während einer Abtastung, also z.B. innerhalb von 1/24 s, nicht ändert. Betrachtet man am Oszilloskop quasi eine Zeitserie der Abtastungen, sieht man, dass die Leistung der höheren Moden durchaus fluktuiert.

- Die Leistung des Eingangsstrahls wird als konstant angenommen. Folglich können Leistungsfluktuationen zu falschen Leistungen der Moden führen.

- Weiterhin wird angenommen, dass sich die Resonanzfrequenzen des Resonators ausschließlich durch den PZT ändern. Andere Effekte können aber auch zu einer Änderung der Resonatorlänge während einer Abtastung führen, was zu falschen Positionen der höheren Moden führen kann.

B.5.4. Messungen

In Abb. B.19 ist die Modenabtastung von einem MISER dargestellt. Einige der mit dem Auswertungsprogramm ermittelten Größen sind in Tabelle B.6 wiedergegeben. Für die Abtastung in Abb. B.19 sind zudem in Abb. B.20 die Leistung der Moden geordnet nach der Modenzahl aufgetragen und in Abb. B.21 für die gleiche Abtastung die aus jeder Mode ermittelte Gouyphase eines Resonatorumlaufs. Die verwendeten Messgeräte sind in Tabelle B.7 aufgelistet.

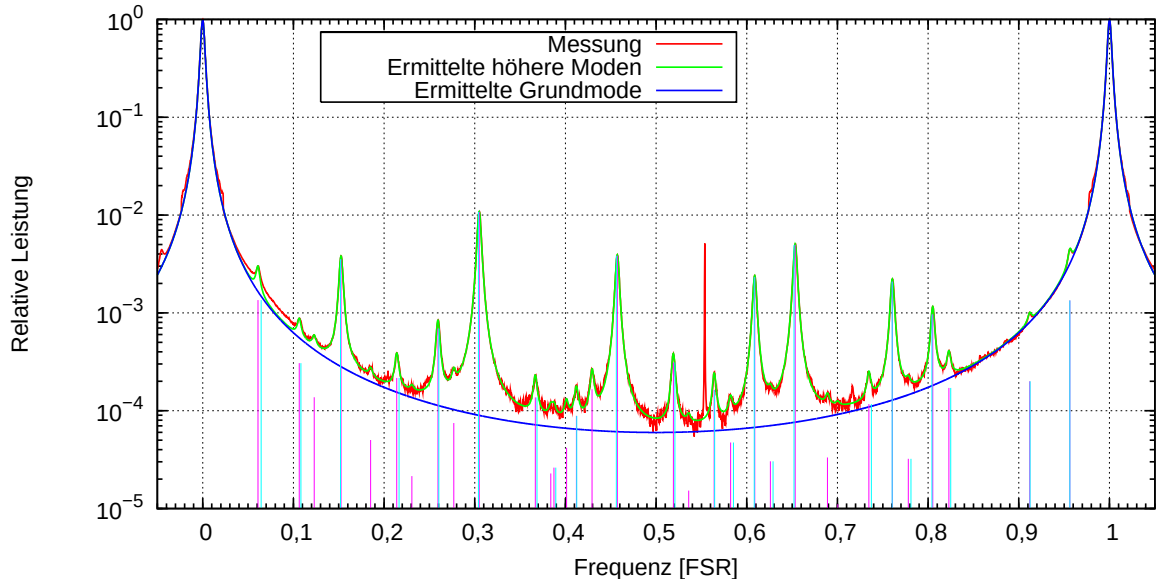


Abbildung B.19.: Modenabtastung eines MISERs. In türkis sind die gefundenen Peaks markiert und die theoretischen Positionen der signifikanten Moden sind in magenta markiert. Deutlich zu sehen ist die Resonanz für die andere Polarisation bei ca. 0,55 FSR. Weitere Informationen sind in Tabelle B.6 zusammengefasst.

Oszilloskop	2-Kanal Agilent mit tiefem Speicher und GPIB
Signalgenerator	Stanford Research Signalgenerator DS345

Tabelle B.7.: Verwendete Messgeräte für die Messung der höheren Moden.

B.6. Messung von Strahllagefluktuationen

B.6.1. Messverfahren

Die Strahllage ϵ kann aus den demodulierten Signalen der beiden Quadrantenphotodioden gewonnen werden. Quadrantenphotodiode QPD_1 misst ein Signal proportional zu $\Im(\epsilon \cdot e^{i\eta_1})$ mit $\eta_1 = 165°$ und QPD_2 eines proportional zu $\Im(\epsilon \cdot e^{i\eta_2})$ mit $\eta_2 = 255°$. Da die Strahlgröße und Leistung auf den Quadrantenphotodioden gleich sind und die Demodulationselektronik inkl. des Lokaloszillators auch gleich sein sollten, ist der Proportionalitätsfaktor bei beiden Quadrantenphotodioden gleich. Der Betrag $|\epsilon|$ ergibt sich dann wie folgt:

$$\epsilon \propto \sqrt{(QPD_1)^2 + (QPD_2)^2} \tag{B.1}$$

Da keine Elektronik verfügbar ist, die diese Rechenoperationen in Echtzeit durchführt, müssen mit einer A/D-Wandlerkarte die demodulierten Signale von den Quadrantenphotodioden als Zeitsignale aufgenommen werden, um Spektren von $|\epsilon|$ berechnen zu können. Die vier Signale *demod dx* und *demod dy* der beiden Quadrantenphotodioden wurden mit einer Samplingfrequenz von 20 kHz für 60 s mit einem Computer aufgenommen. Anschließend wurde mit einem Programm das Zeitsignal von $|\epsilon_x|$ und $|\epsilon_y|$ berechnet und mit dem Programm *LPSD* [TH04] davon die LSD berechnet. Mit der angegebenen Samplingfrequenz und Zeitdauer können gemittelte Spektren im Frequenzbereich von 0,1 Hz bis 10 kHz berechnet werden. Durch einen Bandpassfilter in der Demodulationselektronik ist die Bandbreite nach oben begrenzt.

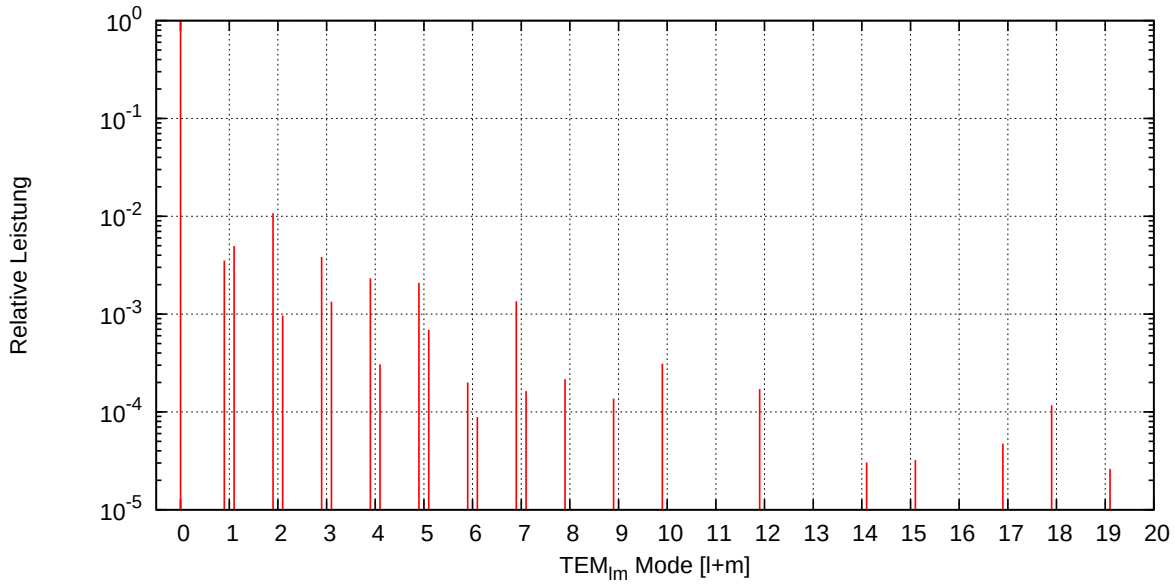


Abbildung B.20.: Leistungen der Moden aus der Abtastung in Abb. B.19. Moden mit geradem l sind links dargestellt.

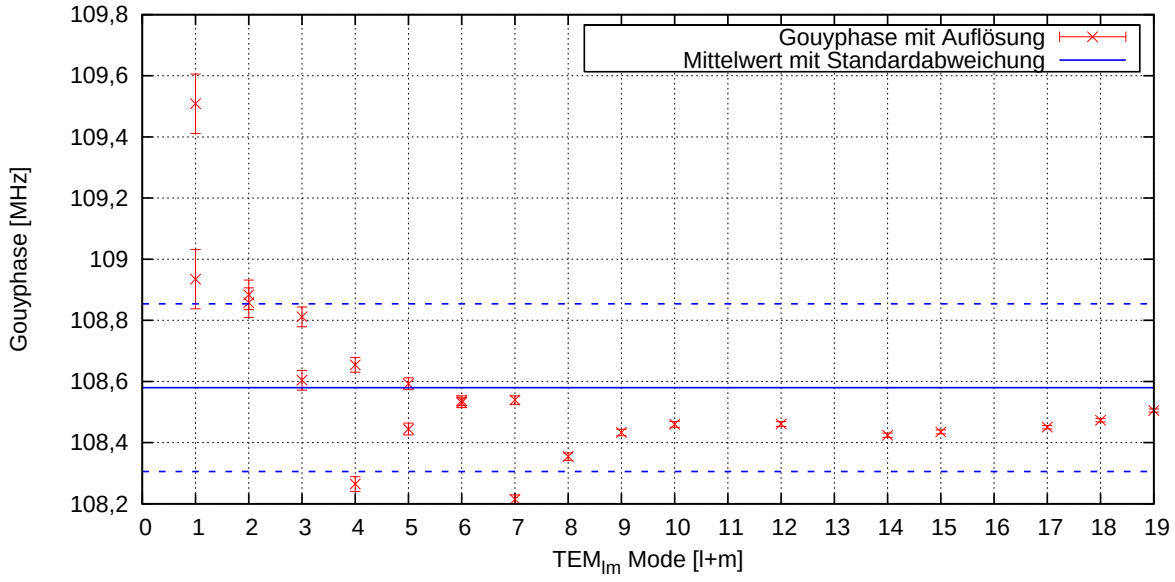


Abbildung B.21.: Die aus allen Moden bestimmte Gouyphase aus der Abtastung in Abb. B.19.

Möchte man die Strahllagefluktuationen vom Eingangsstrahl messen, sollte zuerst die Einkopplung in den Resonator optimiert werden[3] und anschließend bei stabilisiertem Resonator, aber offenen *alignment* Regelkreisen, die demodulierten Signale aufzeichnen.

Misst man mit geschlossenen *alignment* Regelkreisen, erhält man eine Messung der Strahllagefluktuationen, die nun durch die Regelkreise unterdrückt werden.

B.6.2. Kalibration

Die Proportionalitätskonstante zwischen den demodulierten Signalen der Quadrantenphotodioden und $|\epsilon|$ wird über eine Kalibrationsmessung mit einem aufgeprägten Signal bestimmt. Mit einem Sinussignal an einem PZT der Spiegel PZT_1 und PZT_2 wird die Strahllage definiert moduliert. Aus der Höhe des Peaks im berechneten Spektrum kann dann die Proportionalitätskonstante bestimmt werden.

Durch das Kalibrationssignal auf einen PZT der Spiegel wird die Strahlachse an der Position des Spiegels gekippt. Für eine Kippung um den Winkel β errechnet sich eine Änderung der Strahllage bei einem Abstand z_t des Spiegels von der Strahltaille wie folgt:

$$|\epsilon| = \beta \cdot \underbrace{\sqrt{(z_t/w_0)^2 + (1/\theta_D)^2}}_{:=K} \tag{B.2}$$

Für den Spiegel PZT_1 ($z_{t1} = 40\,\mathrm{mm}$) und PZT_2 ($z_{t2} = 345\,\mathrm{mm}$) ergeben sich damit die Konstanten zu $K_1 = 1104\,/\mathrm{rad}$ und $K_2 = 1438\,/\mathrm{rad}$. Laut den Herstellerangaben erzeugt eine Spannungsdifferenz von 150 V an den PZT eine Änderung der Kippung um 0,145 mrad. Damit lässt sich die Verkippung des Strahls $\beta(U) = U \cdot 2 \cdot 0,97\,\mu\mathrm{rad/V}$ aus der angelegten Spannung U am PZT berechnen. Ein baugleicher PZT-Spiegel wurde in einem anderen Experiment vermessen. Die Transferfunktion vom HV-Verstärker bis zur Verkippung des Spiegels[4] ist in Abb. B.22 dargestellt. Diese Transferfunktion wurde mithilfe einer kalibrierten Quadrantenphotodiode gemessen.

Als Kalibrationssignal wird ein Sinus mit einer Frequenz von $f = 11\,\mathrm{Hz}$ und einer Amplitude von $U_{pp} = 6\,\mathrm{V}$ am Modulationseingang des Drei-Kanal-HV-Verstärkers benutzt (dies ergibt eine Amplitude von $U_{pp} = 90\,\mathrm{V}$ am PZT). Demzufolge wird bei einer Kalibration mit dem Spiegel PZT_1 Strahllagefluktuationen $|\epsilon|$ bei 11 Hz mit einer Amplitude von $A_1 = 0,034$ und entsprechend für Spiegel PZT_2 eine Amplitude von $A_2 = 0,044$ erwartet.

Mit *LPSD* lässt sich nun aus den Kalibrationszeitserien die LSD mit einem *flat top* Fenster (damit Peakhöhen erhalten bleiben) berechnen. Dann bestimmt man aus der tatsächlichen und der erwarteten Höhe des Peaks bei 11 Hz den letztendlichen Kalibrationsfaktor.

B.6.3. Rausch- und Fehlerquellen

Im Folgenden sind einige Rausch- und Fehlerquellen aufgelistet, die bei der vorgestellten Messmethode auftreten können:

- Das Signal der Quadrantenphotodioden ist proportional zur Lichtleistung auf den Photodioden. Dementsprechend koppelt Leistungsrauschen des Lasers in das Signal der Quadrantenphotodioden ein, falls ein Offset auf dem Signal vorhanden ist. Da im hier vorgestellten Verfahren die Strahlposition nicht geregelt, sondern nur gemessen wird, ist ein solcher Offset kaum zu verhindern.

[3] Dies vermeidet Offsets in den demodulierten Signalen.
[4] Man beachte, dass der Strahl um den doppelten Winkel verkippt wird.

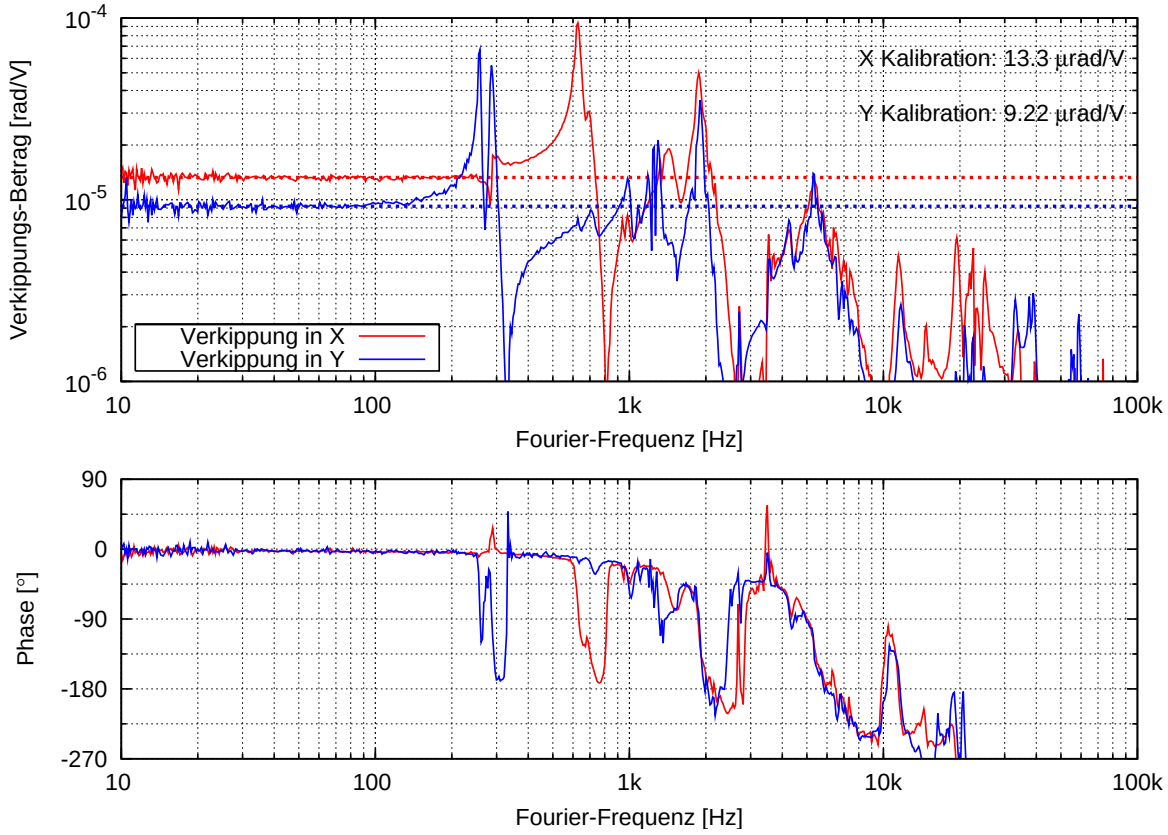


Abbildung B.22.: Transferfunktion eines zu PZT_1 und PZT_2 baugleichen PZT-Spiegels.

- Da die Berechnung von $|\epsilon|$ bisher nicht in Echtzeit von einer Elektronik durchgeführt wird, müssen die Zeitserien der Quadrantenphotodioden-Signale mit einer A/D-Wandlerkarte aufgenommen werden. Da bislang ein stufenlos-verstellbarer Verstärker fehlt, ist es schwer, das Quadrantenphotodioden-Signal auf den dynamischen Bereich der A/D-Wandlerkarte abzubilden. Häufig ist das Signal der Quadrantenphotodioden relativ schwach, weshalb man ein nicht zu vernachlässigendes Rauschen durch die Digitalisierung erhält.

- Bei der Berechnung von $|\epsilon|$ wird davon ausgegangen, dass die Quadrantenphotodioden einen Gouyphasenunterschied von genau 90° besitzen. Wie in Abb. B.4 zu sehen ist, scheint dies nicht genau der Fall zu sein.

- Eine vermutete Quelle von Strahllagefluktuationen bei Fourier-Frequenzen unterhalb von 100 Hz war eine eingesetzte Flowbox. Messungen bei ausgeschalteter Flowbox widerlegten jedoch diese Vermutung.

B.6.4. Messungen

Die Strahllagefluktuationen von einem MISER ist in Abb. B.23 dargestellt. Die für diese Messung verwendeten Messgeräte sind in Tabelle B.8 aufgelistet.

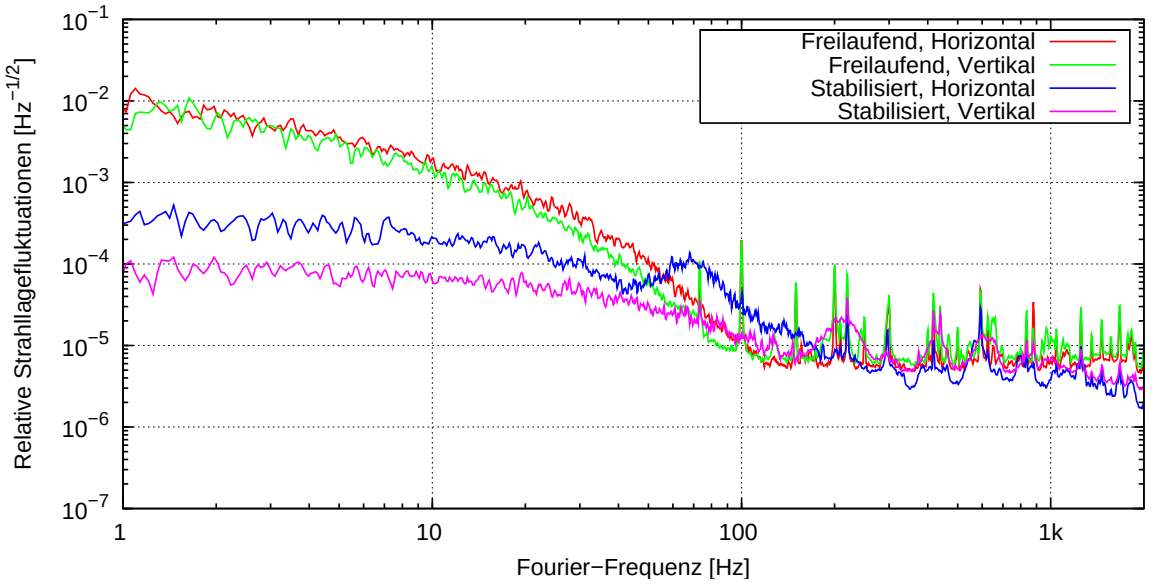


Abbildung B.23.: Strahllagefluktuationen eines MISERs

A/D-Wandlerkarte	NI A/D Wandlerkarte, PCI 6014
Software	NI DAQ mit LabView Programm
Fourier-Transformations-Software	LPSD [TH04]

Tabelle B.8.: Verwendete Messgeräte für die Messung von Strahllagefluktuationen.

B.7. Ausblick und Verbesserungen

Mögliche Verbesserungen des Experiments sind im Folgenden für die verschiedenen Messungen, die bisher mit diesem Aufbau durchgeführt wurden, aufgelistet:

- Das Auto-Alignment kann in mehreren Aspekten verbessert werden. Der dynamische Bereich der verwendeten PZT-Spiegel von *Thorlabs* ist sehr knapp bemessen. Vorläufige Messungen an einem 200 W Slave Laser haben Strahllagefluktuationen gezeigt, welche nur durch Einsatz des gesamten dynamischen Bereichs der PZT-Spiegel kompensiert werden konnte. PZT-Spiegel mit größerem dynamischen Bereich wären für dieses System angemessen.

  Um die Modenanpassung auf den Ringresonator besser optimieren zu können, könnte man zwei Bullseye-Photodioden verwenden. Damit ließe sich die Abweichung der Strahltaillen-Größe und -Position von der Grundmode des Resonators messen und somit über Linsenpositionen einfacher minimieren.

  Eine weitere Möglichkeit die Modenanpassung zu vereinfachen, wäre eine genaue Vermessung der Strahlparameter des einfallenden Strahls. Dazu könnte man eine CCD-Kamera auf die für die Modenanpassung gedachte Schiene montieren und den Strahldurchmesser an vielen Stellen entlang der Strahlachse halbautomatisch messen. Daraus ließen sich die Strahlparameter des einfallenden Strahls und die Linsenpositionen für eine optimale Modenanpassung berechnen.

Durch geschicktere Positionierung der Quadrantenphotodioden könnte man versuchen, die Orthogonalisierungselektronik einzusparen. Eine Möglichkeit wäre die Quadrantenphotodiode, die dann zu einem PZT-Spiegel zugeordnet ist, genau 180° Gouyphase hinter dem PZT-Spiegel zu platzieren.

- Das Experiment kann für die Messung höherer Moden verbessert werden, wenn ein PZT am Resonator eingesetzt wird, dessen Ausdehnung über Dehnungsmessstreifen ausgelesen werden kann. Damit würde die aufwendige Kalibration vereinfacht werden.

  Eine höhere zeitliche Auflösung des Transmissionssignals würde es erlauben, den Resonator in der 20fach höheren Finesse zu betreiben.

- Die Bandbreite bei der Messung der Strahllagefluktuationen ist momentan durch den Bandpassfilter in der Demodulationselektronik begrenzt. Eine Vergrößerung des Bandpassfilters und eine Erhöhung der Modulationsfrequenz würde die Bandbreite zu höheren Frequenzen hin vergrößern, mit denen $|\epsilon|$ bestimmt werden könnte.

  Sollte sich zeigen, dass die Messung durch Leistungsfluktuationen begrenzt ist, sollte man eine Normierung der Quadrantenphotodioden-Signale mit der Summenleistung in Erwägung ziehen.

B.8. Literaturverzeichnis

[Gro99] Grote, Hartmut: *Autoalignment am GEO600-Modecleaner*, Universität Hannover, Diplomarbeit, 1999

[Hei99] Heinzel, Gerhard: *Advanced optical techniques for laser-interferometric gravitational-wave detectors*, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Diss., 1999

[TH04] Tröbs, Michael ; Heinzel, Gerhard: *LPSD – Logarithmic frequency axis Power Spectral Density*. 2004. – Programm

[Ueh97] Uehara, Noboru: Ring Mode Cleaner for the Initial LIGO 10 Watt Laser. In: *Internal Report* (1997)

C. Optische Versuchsaufbauten

Auf den folgenden Seiten, ist der für die Charakterisierung verwendete optische Messaufbau der Lasersysteme dargestellt, sowie die optischen Aufbauten für die Messung des Dunkelrauschens der Schwebungsmessung und für die Photodioden-Sensitivitätsabtastungen. Die maßstabsverkleinerten Zeichnungen wurden mit einem selbst entwickelten Skript und dem Programm *OptoCad* [Sch05a] erstellt. Die Einheit der Achsen ist Meter.

Die Namenskonvention der optischen Komponenten ist wie folgt:

BS_i	Strahlteiler und Auskoppler	L_i	Linse
BW_i	Brewsterfenster	M_i	Spiegel
C_i	Laserkristall	$MISER_i$	MISER Laser
CM_i	Resonatorspiegel	PBS_i	Polarisationsstrahlteiler
D_i	Strahlblocker	PD_i	Photodiode
EOM_i	EOM	PL_i	Pumplaser
F_i	Graufilter	PM_i	Leistungsmesskopf
FC_i	Fasereinkoppler	PZT_i	PZT-Spiegel
FI_i	Faraday-Isolator	QPD_i	Quadrantenphotodiode
GP_i	Glan-Taylor-Prisma	W_i	Verzögerungsplatte
I_i	Irisblende		

C.1. MISER und 12 W Ringlaser im LZH

Der 12 W Laser dient im LZH als Master-Laser für den 200 W Laser für *Advanced LIGO*. Der 12 W Ringlaser und dessen Master-Laser wurden mit diesem optischen Aufbau teilweise charakterisiert.

Der Laser MISER_1 dient als Master-Laser. Die elliptische Polarisation wird mit den $\lambda/2$- und $\lambda/4$-Platten W_1 und W_2 in eine lineare Polarisation gedreht, die durch den Polarisationsstrahlteiler PBS_1 fixiert ist. Mit dem elektro-optischen Modulator EOM_1 werden Seitenbänder bei 12 MHz für das PDH-Verfahren aufgeprägt.

Der Faraday-Isolator FI_1 isoliert den Master- vom Slave-Laser. Die $\lambda/2$-Platte W_3 dreht die Polarisation für den Faraday-Isolator.

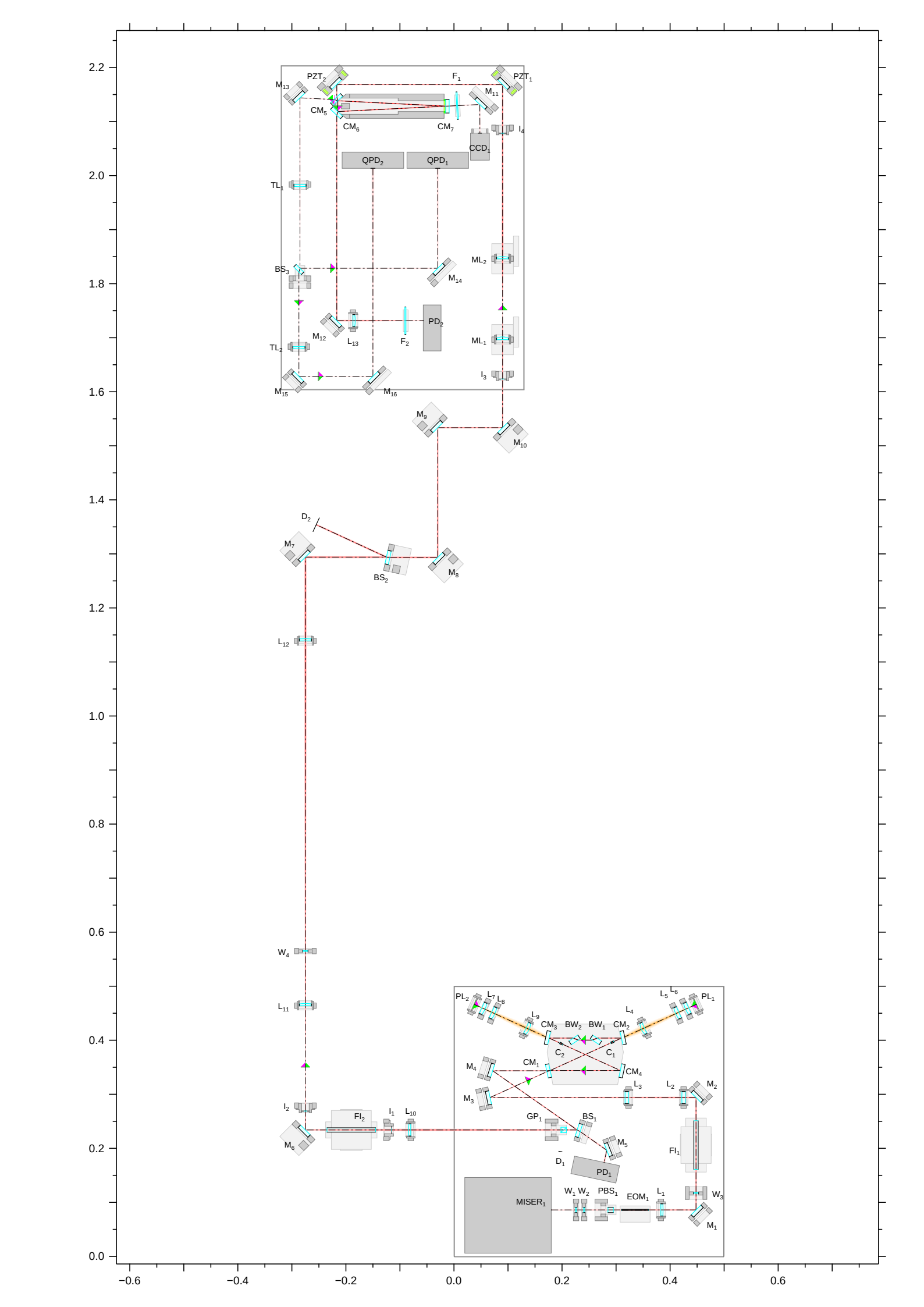
Mit den Linsen L_1, L_2 und L_3 wird der Strahl an die Grundmode des Ringresonators angepasst. Der Ringresonator besteht aus den Spiegeln CM_1 bis CM_4. Die beiden Laserkristalle C_1 und C_2 werden von den beiden fasergekoppelten Pumplasern PL_1 und PL_2 gepumpt. Im Resonator befinden sich zudem zwei Brewsterfenster BW_1 und BW_2. Am Strahlteiler BS_1 wird ein Teilstrahl des Ausgangsstrahls ausgekoppelt, um mithilfe der Photodiode PD_1 und des PDH-Verfahrens den Ringresonator auf den Master-Laser zu stabilisieren.

Die Depolarisation des Ausgangsstrahls wird am Glan-Taylor-Prisma GP_1 herausgefiltert. Der Faraday-Isolator FI_2 dient dazu, den 12 W Ringlaser vom Rest des Experiments zu isolieren.

Die Linsen L_{10}, L_{11} und L_{12} dienen dazu, die Strahlparameter für das Auto-Alignment-Experiment anzupassen. Über die $\lambda/2$-Platte W_4 kann die Polarisation des Strahls gedreht werden. Der Strahlteiler BS_2 wird benutzt, um einen Teilstrahl in Transmission zur Analyse mit dem Auto-Alignment auszukoppeln.

Zur Analyse des 12 W Ringlaser und des MISER wurden verschiedene Strahlteiler als Komponente BS_2 verwendet. Der MISER wurde analysiert, indem die Pumplaser des 12 W Ringlaser ausgeschaltet und der Resonator nicht auf eine Resonanz stabilisiert wurden und somit der Strahl am Ringresonator zum Großteil reflektiert wird.

Die übrigen Komponenten gehören zum Auto-Alignment-Experiment. Die Beschreibung des Auto-Alignment befindet sich in Anhang B.


PZT2
PZT1
F1
M13
M11
CM5
CM6
CM7
I4
CCD1
QPD2
QPD1
TL1
BS3
ML2
M14
PD2
M12
L13
F2
TL2
ML1
I3
M15
M16
M9
M10
D2
M7
BS2
M8
L12
W4
L11
I2
FI2
I1
L10
M6
PL2
L7
L8
L9
CM3
BW2
BW1
CM2
L4
L5
L6
PL1
C2
C1
M4
CM1
CM4
L3
L2
M2
M3
GP1
BS1
M5
D1
PD1
FI1
MISER1
W1
W2
PBS1
EOM1
L1
W3
M1

C.2. MISER und 12 W Ringlaser im AEI

Der optische Aufbau des 12 W Ringlasers wurde im AEI benutzt, um die Schwebungsmessung zwischen dem MISER und dem 12 W Ringlaser durchzuführen. Dieser Aufbau ist auch die Grundlage des 40 W Verstärkers.

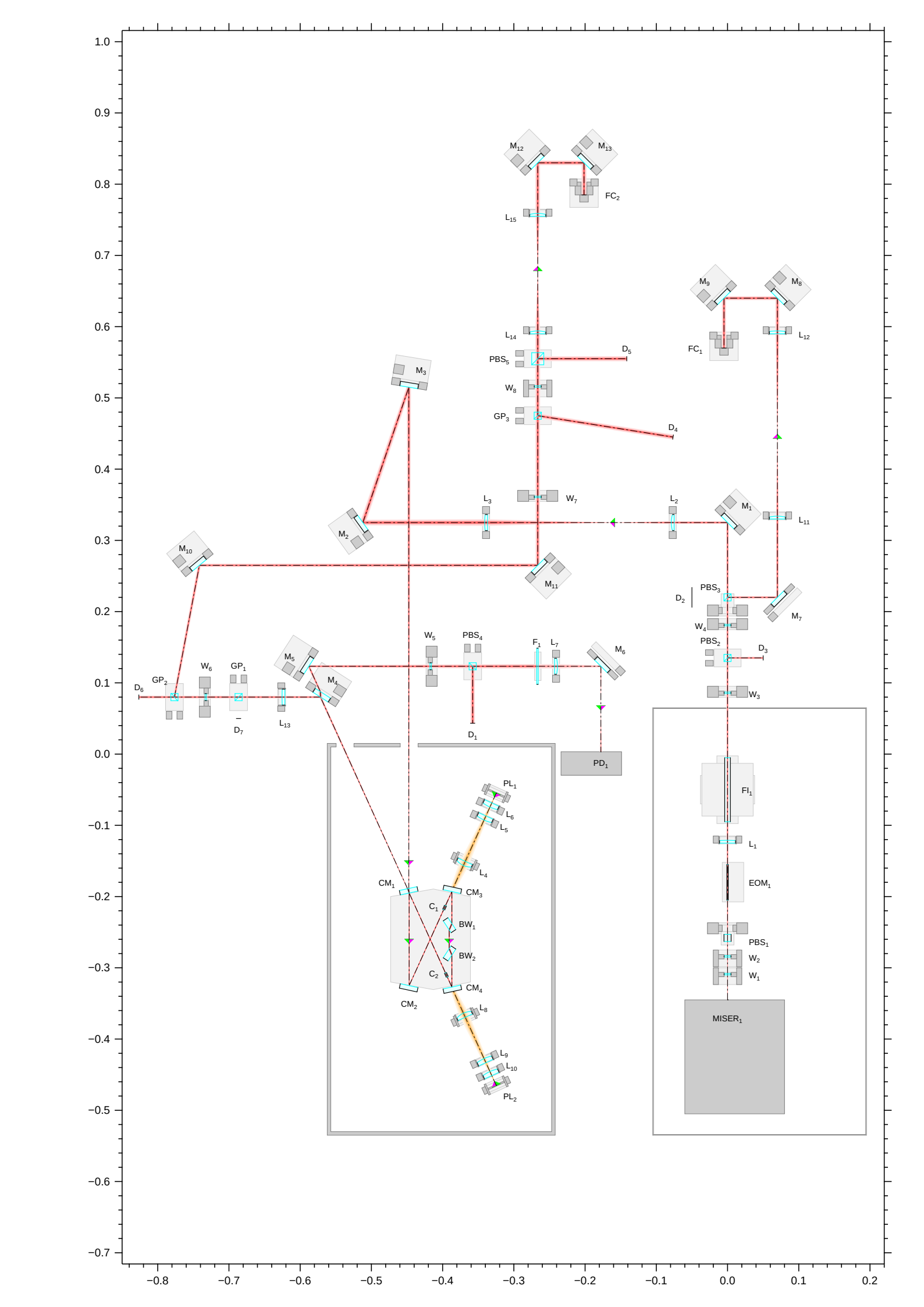
Der Aufbau des 12 W Ringlaser ist hier analog zum Aufbau des 12 W Ringlasers im LZH. Die Polarisation des MISERs wird mit den $\lambda/2$- und $\lambda/4$-Platten W_1 und W_2 auf die lineare Polarisation, die durch den Polarisationsstrahlteiler PBS_1 vorgegeben ist, gedreht. Mit dem elektro-optischen Modulator EOM_1 werden Seitenbänder bei 12 MHz für das PDH-Verfahren beim Injektionskoppeln der Laser aufgeprägt. Der Faraday-Isolator FI_1 isoliert den Rest des Experiments vom MISER.

Die Kombination aus $\lambda/2$-Platte und Polarisationsstrahlteiler (W_3, PBS_2 und W_4, PBS_3) dient dazu, Teilstrahlen mit einstellbarer Leistung auskoppeln zu können. Am Polarisationsstrahlteiler PBS_3 wird ein Teil des Strahls ausgekoppelt, um Licht vom MISER mit dem Fasereinkoppler FC_1 in eine Faser einzukoppeln. Die Linsen L_{11} und L_{12} dienen zum Anpassen der Strahlparameter.

Über die Linsen L_2 und L_3 wird der übrige Strahl an die Grundmode des Ringresonators angepasst. Dieser besteht aus den Spiegeln CM_1 bis CM_4. Die beiden Laserkristalle C_1 und C_2 werden über die fasergekoppelten Laser PL_1 und PL_2 gepumpt.

Ein Teil des Ausgangsstrahls des 12 W Ringlasers wird am Strahlteiler M_4 in Transmission ausgekoppelt. Mit der $\lambda/2$-Platte und dem Polarisationsstrahlteiler PBS_4 kann die Leistung des transmittierten Strahls eingestellt werden. Der Strahl wird mit der Linse L_7 auf die Photodiode PD_1 fokussiert und diese wird dann zum Injektionskoppeln der beiden Laser benutzt. Die Depolarisation des Ausgangsstrahls wird am Glan-Taylor-Prisma GP_1 herausgefiltert.

Im Folgenden wird an drei Stellen eine Kombination aus $\lambda/2$-Platte und Polarisationsstrahlteiler bzw. Glan-Taylor-Prisma verwendet, um Teilstrahlen einstellbarer Leistung zu erzeugen: W_6 und GP_2, W_7 und GP_3, W_8 und PBS_5. Einer dieser Teilstrahlen wird über die Linsen L_{14} und L_{15} mit dem Fasereinkoppler FC_2 in eine Faser eingekoppelt. Der Großteil der Leistung wird am Strahlblocker D_4 geblockt.


M12
M13
FC2
L15
M9
M8
FC1
L12
L14
D5
PBS5
W8
GP3
D4
M3
L3
W7
L2
M1
L11
M2
M10
M11
D2
PBS3
M7
W4
PBS2
D3
W5
PBS4
F1
L7
M6
M5
M4
W6
GP1
GP2
D6
D7
L13
D1
PD1
PL1
L6
L5
L4
CM1
CM3
C1
BW1
BW2
C2
CM2
CM4
L8
L9
L10
PL2
FI1
L1
EOM1
PBS1
W2
W1
MISER1

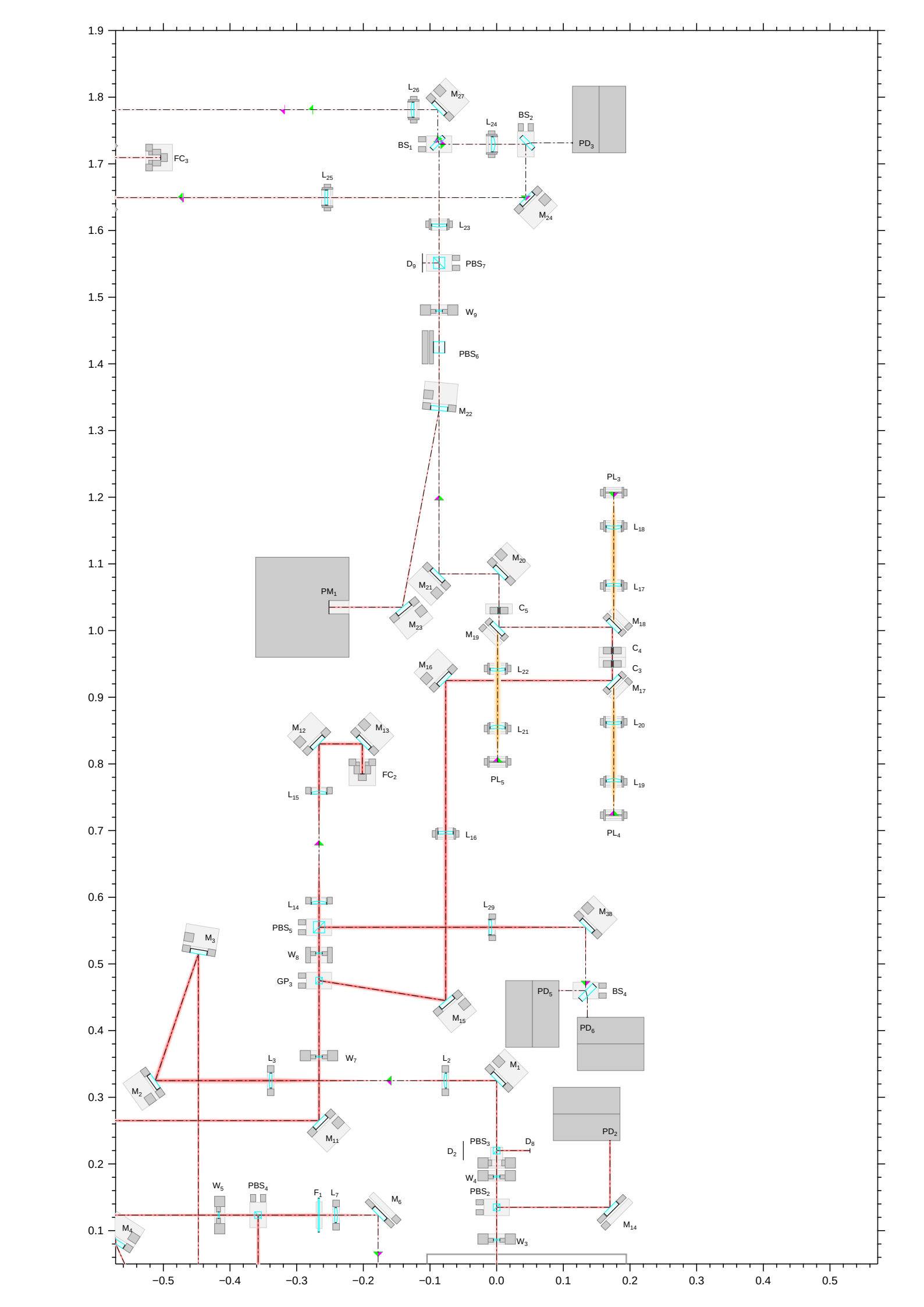
C.3. 40 W Verstärker

Dieser optische Aufbau ist eine Erweiterung des 12 W Ringlasers im AEI um einen 40 W Verstärker. Mit diesem Aufbau wurde der 40 W Verstärker charakterisiert.

Im unteren Bereich der Zeichnung sind noch Teile vom 12 W Ringlaser zu erkennen. Im Vergleich zum Aufbau aus Abschnitt C.2 wurden folgende Veränderungen vorgenommen: Ein Teilstrahl am Polarisationsstrahlteiler PBS_2 wird nun genutzt, um mit der Photodiode PD_2 das Leistungsrauschen des MISERs messen zu können. Ebenso wird der reflektierte Strahl beim PBS_5 dann benutzt, um das Leistungsrauschen des 12 W Ringlasers mit den beiden Photodioden PD_5 und PD_6 messen zu können. Es wurden zwei Photodioden verwendet, um mit der einen den 12 W Ringlaser zu stabilisieren und mit der anderen unabhängig das verbleibende Leistungsrauschen messen zu können.

Der Großteil der Leistung des 12 W Ringlasers wird beim Glan-Taylor-Prisma GP_3 herausreflektiert und durch den Verstärker auf ca. 40 W verstärkt. Der Strahl wird dazu in den Laserkristallen C_3, C_4 und C_5 verstärkt. Alle drei Kristalle werden mit den fasergekoppelten Pumplasern PL_3, PL_4 und PL_5 gepumpt. Zuvor werden mit der Linse L_{16} die Strahlparameter angepasst.

Am Strahlteiler M_{22} wird in Transmission ca. 1% der Leistung ausgekoppelt. Der Aufbau in Transmission ist auf der nächsten Seite beschrieben. Der Großteil der Leistung wird mit dem Leistungs-Messkopf PM_1 detektiert.

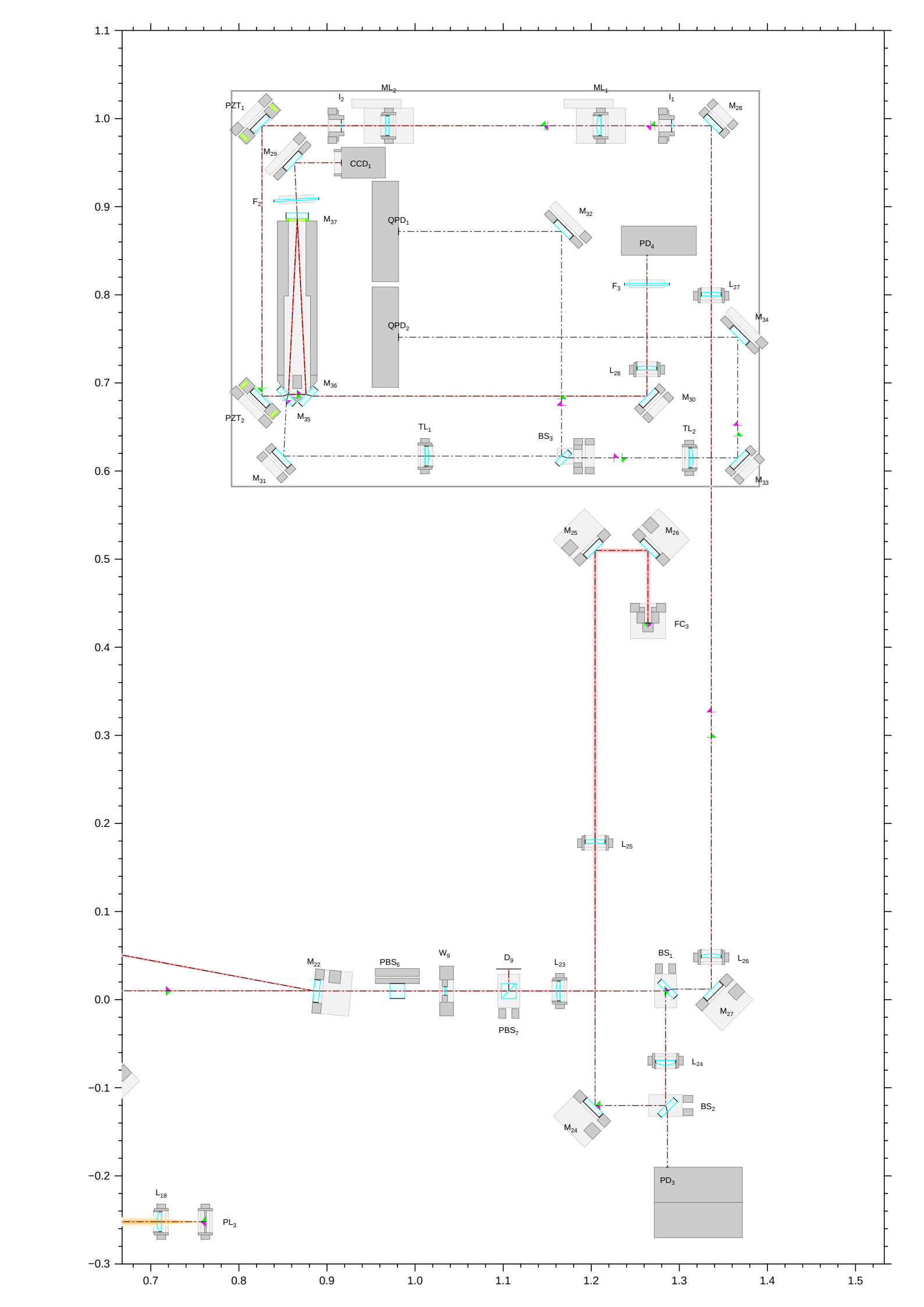

L26
M27
BS2
L24
PD3
BS1
FC3
L25
M24
L23
D9
PBS7
W9
PBS6
M22
PL3
L18
M20
PM1
M21
L17
C5
M23
M19
M18
C4
M16
L22
C3
M17
M12
M13
L21
L20
FC2
PL5
L15
L19
PL4
L16
L14
L29
M38
PBS5
M3
W8
GP3
PD5
BS4
M15
PD6
L3
W7
L2
M1
M2
M11
PD2
PBS3
D8
D2
W4
W5
PBS4
F1
L7
M6
PBS2
M14
M4
W3
−0.5
−0.4
−0.3
−0.2
−0.1
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.1
1.2
1.3
1.4
1.5
1.6
1.7
1.8
1.9

Diagnoseaufbau

Nach dem Strahlteiler M_{22} wird die Polarisation durch den Polarisationsstrahlteiler PBS_6 festgelegt. Über die $\lambda/2$-Platte W_9 und dem Polarisationsstrahlteiler PBS_7 kann die Leistung des Analysestrahls eingestellt werden.

Dann wird dieser am Strahlteiler BS_1 aufgeteilt. Der transmittierte Anteil wird mit dem Auto-Alignment analysiert. Dazu werden die Strahlparameter mit den Linsen L_{23} und L_{26} angepasst. Eine Beschreibung des Auto-Alignment-Experiments befindet sich in Anhang B.

Der reflektierte Anteil beim Strahlteiler BS_1 wird abermals am Strahlteiler BS_2 aufgeteilt. Der transmittierte Anteil wird genutzt, um das Leistungsrauschen mit der Photodiode PD_3 zu messen. Am Fasereinkoppler FC_3 wird der reflektierte Anteil in eine Faser eingekoppelt. Die Linsen L_{24} und L_{25} dienen dabei zur Anpassung der Strahlparameter.

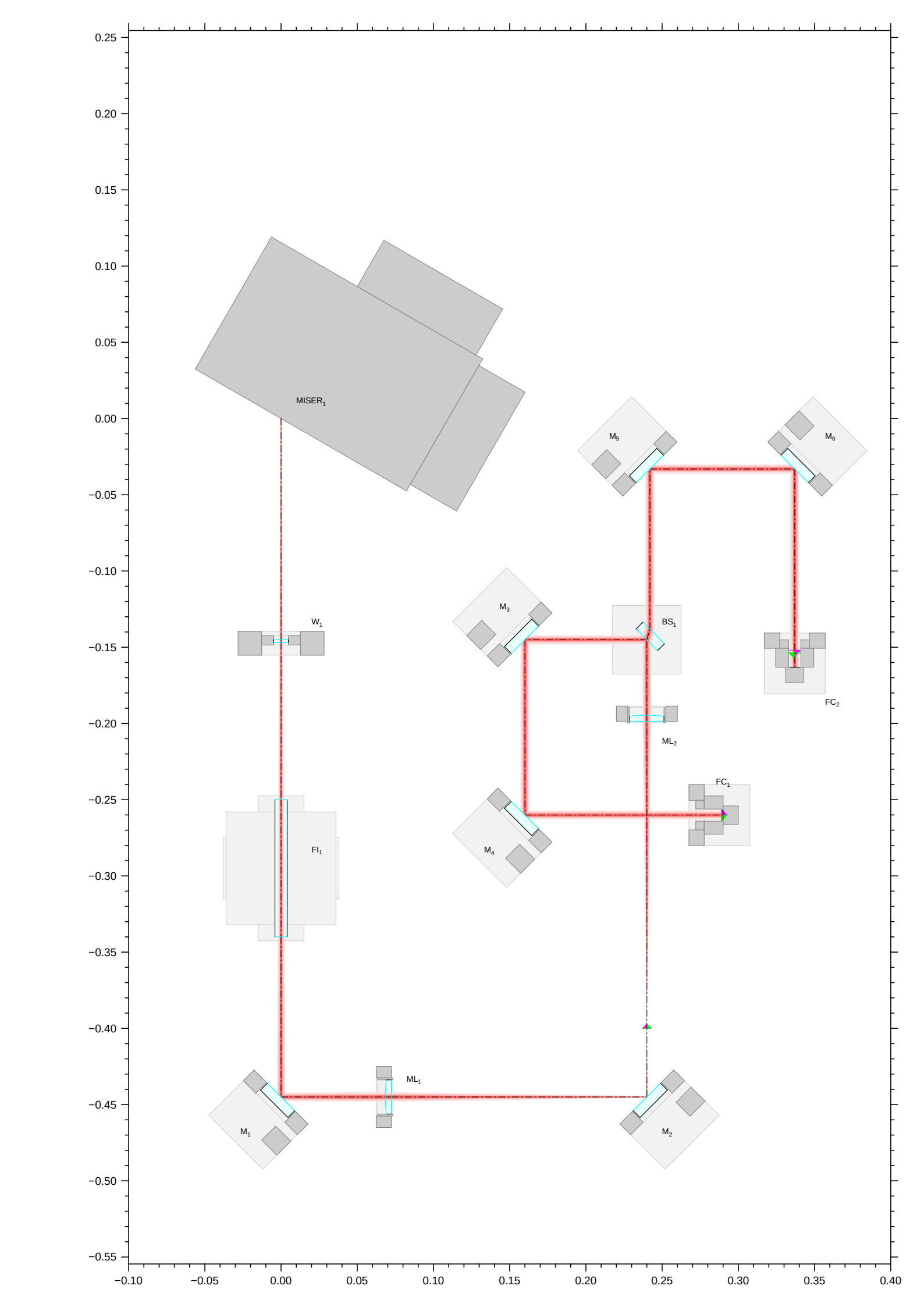

PZT1
I2
ML2
ML1
I1
M28
M29
CCD1
F2
M37
QPD1
M32
PD4
F3
L27
QPD2
M34
L28
M36
M30
PZT2
M35
TL1
BS3
TL2
M31
M33
M25
M26
FC3
L25
M22
PBS6
W9
D9
L23
BS1
L26
M27
PBS7
L24
BS2
M24
PD3
L18
PL3

C.4. Testaufbau für die Schwebungsmessung

Dieser optische Aufbau wurde benutzt, um das Dunkelrauschen der Schwebungsmessung zu messen. Die Anzahl der optischen Komponenten wurde so gering wie möglich gehalten.

Der Laser MISER_1 wird durch den Faraday-Isolator FI_1 vom Rest des optischen Aufbaus isoliert. Mithilfe der $\lambda/2$-Platte W_1 kann die Laserleistung nach dem Faraday-Isolator eingestellt werden.

Mithilfe der beiden Linsen ML_1 und ML_2 wird eine Strahltaille von 1 mm Radius bei den beiden Fasereinkopplern FC_1 und FC_2 erzeugt. Der Strahlteiler BS_1 ist ein Strahlteiler des Mach-Zehnder-Interferometers. Die optischen Wege vom Strahlteiler bis zu den Fasereinkopplern sind gleichlang gewählt worden. Mit den beiden Spiegeln vor den Fasereinkopplern lässt sich die Strahllage am jeweiligen Fasereinkoppler justieren. Sie koppeln die Laserstrahlen dann in einmodige, polarisationserhaltende Fasern ein.


MISER1
M5
M6
M3
W1
BS1
FC2
ML2
FC1
FI1
M4
ML1
M1
M2

C.5. Photodioden-Sensitivitätsabtastung

An diesem optischen Aufbau werden die Messungen an der Sensitivität von Photodioden durchgeführt. Er ist aus dem Aufbau zur Messung des Dunkelrauschens der Schwebungsmessung entstanden.

Wie auch beim Aufbau im vorherigen Abschnitt wird der Laser MISER_1 durch den Faraday-Isolator FI_1 vom Rest des Experiments isoliert. Mit der $\lambda/2$-Platte W_1 kann die Laserleistung nach dem Faraday-Isolator eingestellt werden.

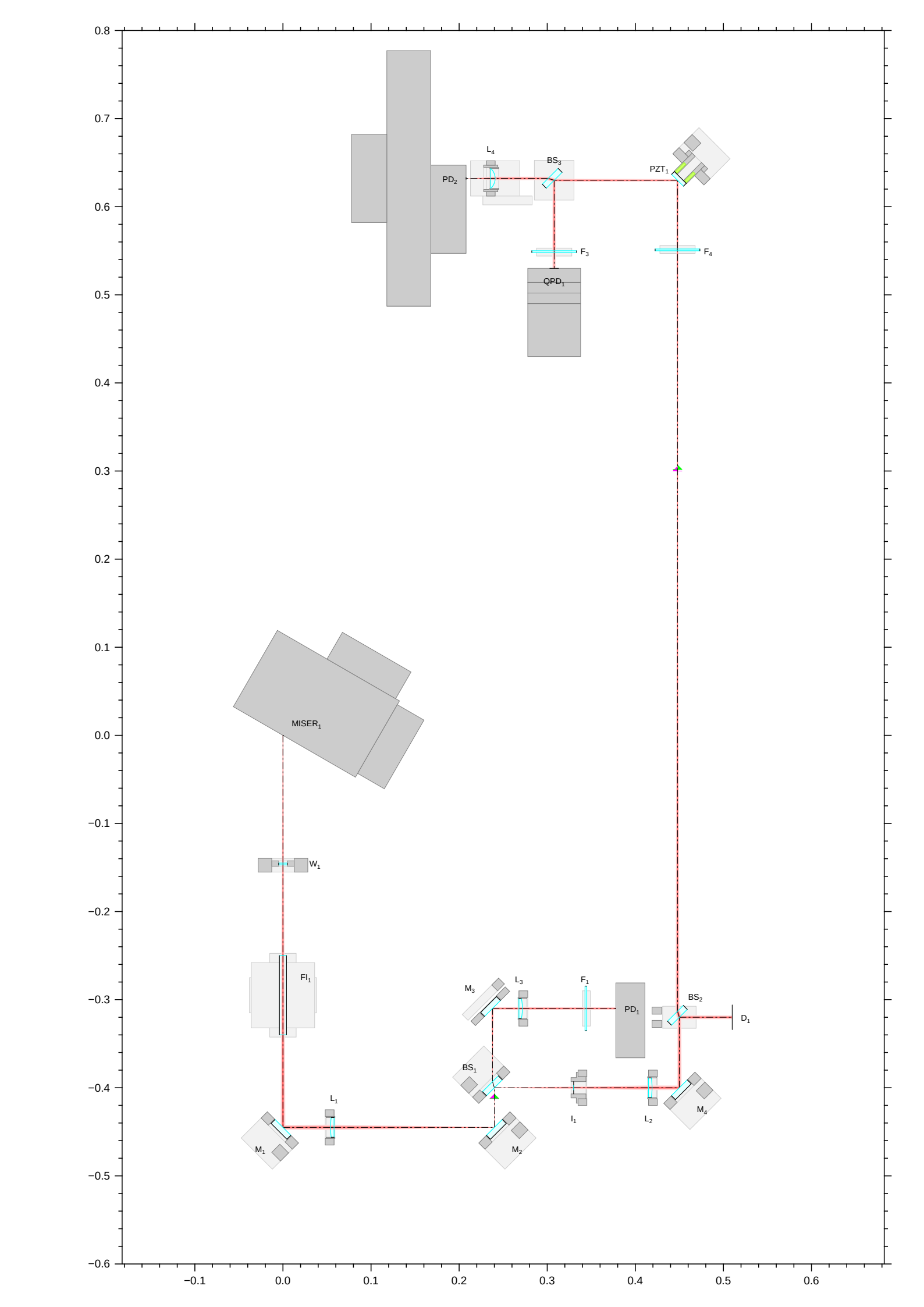
Am Strahlteiler BS_1 wird für die Leistungsstabilisierung des Lasers ein Teilstrahl ausgekoppelt. Dazu wird dieser Strahl mit der Linse L_3 auf die 1 mm InGaAs-Photodiode PD_1 fokussiert. Der Graufilter F_1 schwächt den Teilstrahl vor der Photodiode ab. Die Leistung des Lasers wird über den Pumpstrom geregelt.

Ein unerwünschter Reflex an der Rückseite des Strahlteilers BS_1 wird durch die Irisblende I_1 ausgeblendet. Der Strahlteiler BS_2 stammt ursprünglich aus einer anderen Variante dieses Aufbaus und schwächt hier den transmittierten Strahl nur ab.

Für die lokale Abtastung der Photodiode wurde der Graufilter F_4 verwendet, um die Leistung weiter zu reduzieren. Bei dieser Messung befand sich der Strahlteiler BS_3 nicht im Versuchsaufbau. Mithilfe der Linse L_4 ($f = 30\,\mathrm{mm}$) wurde der Strahl auf die zu untersuchende Photodiode PD_2 fokussiert. Der Strahlradius auf der Photodiode war kleiner als $25\,\mu\mathrm{m}$. Die Photodiode PD_2 ist auf zwei Translationstischen (M-405.CG von *Physik Instrumente*) montiert.

Für die integrale Abtastung wurde der Graufilter F_4 und die Linse L_4 entfernt. Die Linsen L_1 und L_2 sind so positioniert, dass bei der Photodiode PD_2 ein Strahlradius von ca. $420\,\mu\mathrm{m}$ vorliegt.

Für die Gradienten-Abtastung befinden sich die Linse L_4 und der Graufilter F_4 ebenfalls nicht im Aufbau. Über den PZT-Spiegel PZT_1 wird die Strahllage auf der Photodiode PD_2 moduliert. Zur Kalibration des PZT-Spiegels kann die Strahlposition mit der Quadrantenphotodiode QPD_1 gemessen werden. Der Abstand der QPD und der Photodiode PD_2 vom PZT-Spiegel ist gleich. Bei der eigentlichen Messung wurde der Strahlteiler BS_3 entfernt.


PD2
L4
BS3
PZT1
F3
F4
QPD1
MISER1
W1
FI1
M3
L3
F1
PD1
BS2
D1
BS1
L1
I1
L2
M4
M1
M2

D. Demodulationselektronik

Diese Elektronik wird verwendet, um die Sensitivitätsmodulation durch eine Strahlpositionsmodulation auf der Photodiode zu demodulieren. Sie ist für eine Modulationsfrequenz von 1300 Hz entwickelt. Die Strahlposition auf der Photodiode kann wegen mechanischer Resonanzen des PZT-Spiegels nicht bei höheren Frequenzen moduliert werden. Die Modulationssignale für den PZT-Spiegel (PI S-315) werden in der Elektronik aus dem Lokaloszillatorsignal erzeugt. Über Analogschalter lässt sich die Modulationsrichtung über zwei digitale Signale steuern.

Ein Blockdiagramm der Schaltung ist in Abb. D.2 dargestellt. Auf den folgenden Seiten ist der Schaltplan der Elektronik abgebildet. Die Filter basieren auf Schaltungen aus [HH02, Wan91].

Um die Elektronik zu testen und die Bandbreite zu messen, wurde die Transferfunktion gemessen, welche in Abb. D.1 dargestellt ist. Dazu wurde das in der Amplitude modulierte Lokaloszillatorsignal als Eingangssignal verwendet. Diese wurde von einem synchronisierten Signalgenerator erzeugt. Die Transferfunktion vom Amplitudenmodulationseingang bis zum Ausgangssignal der Elektronik wurde gemessen. Die Demodulationselektronik hat eine Bandbreite von ca. 100 Hz.

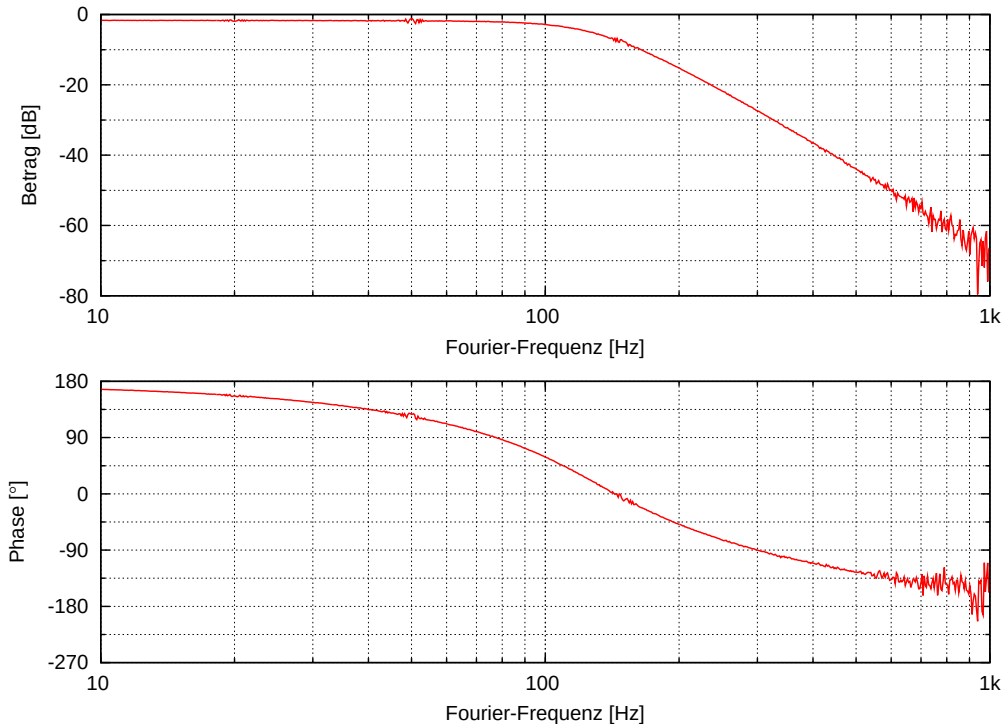


Abbildung D.1.: Transferfunktion der Demodulationselektronik.

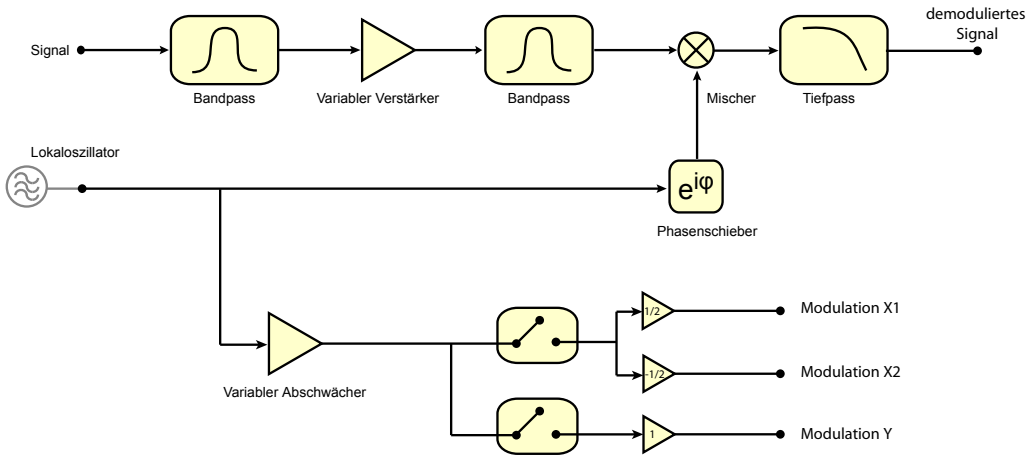
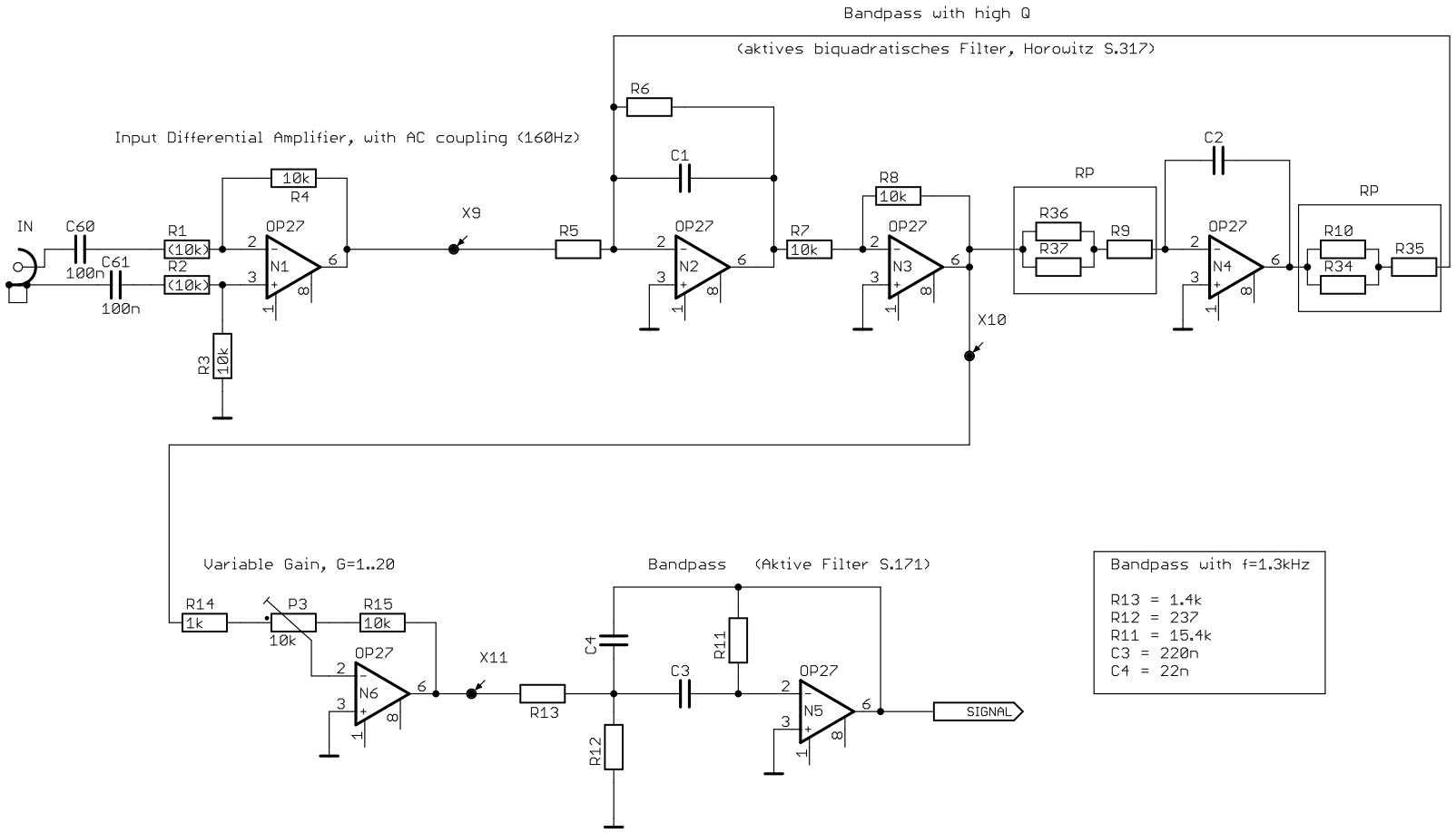


Abbildung D.2.: Blockdiagramm der Demodulationselektronik.

Inputstage



Bandpass with f=1.3kHz

RP = 12.24k
R5 = 619
R6 = 61.9k
C1 = 10n
C2 = 10n

Bandpass with f=1.3kHz

R13 = 1.4k
R12 = 237
R11 = 15.4k
C3 = 220n
C4 = 22n

Created: Date	Name
2005/04/07	Patrick Kwee
Changed: Date	Name

Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik

Description:
Pointing Demodulation

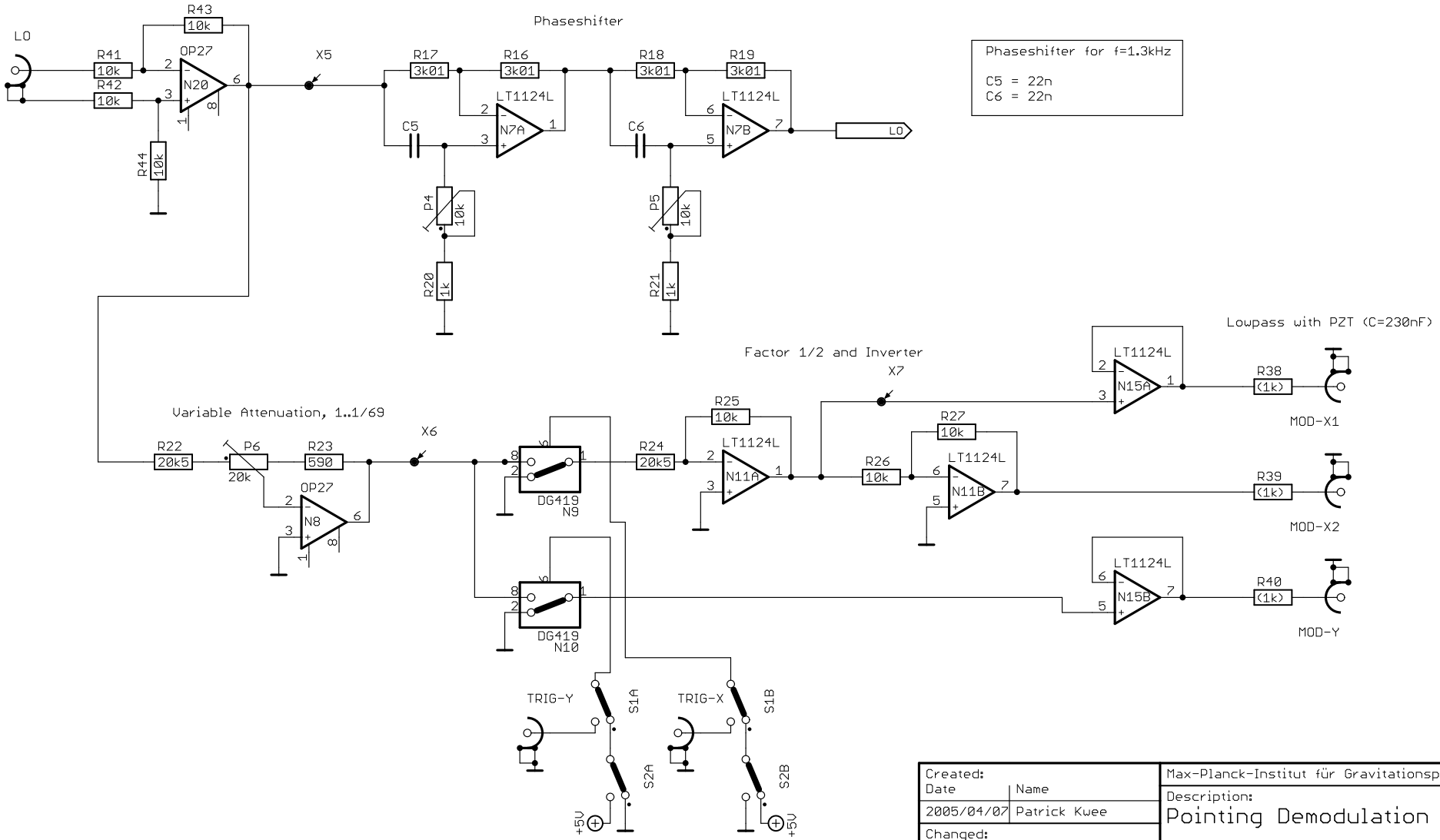
File: pntdemod

Saved: 19.09.2005 17:21:52
Printed: 19.09.2005 17:22:09

Sheet: 1/4

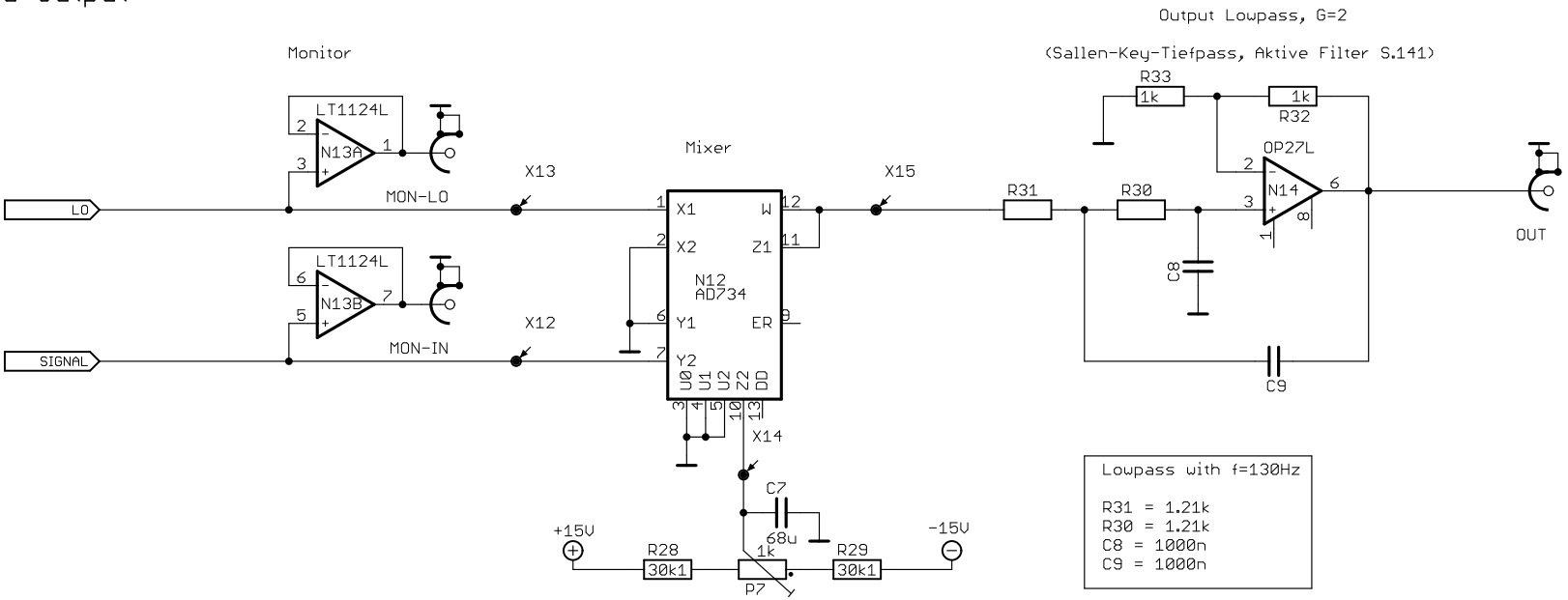
Modulator

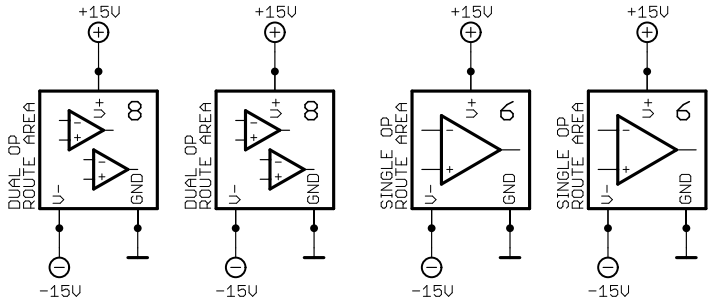
Differential Input



Created: Date	Name	Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik	
2005/04/07	Patrick Kwee	Description: Pointing Demodulation	
Changed: Date	Name		
		File: pntdemod	
		Saved: 19.09.2005 17:21:52 Printed: 19.09.2005 17:22:09	Sheet: 2/4

Mixer and Output





Created: Date	Name	Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik
2005/04/07	Patrick Kwee	Description: Pointing Demodulation
Changed: Date	Name	
		File: pntdemod
		Saved: 19.09.2005 17:21:52 Printed: 19.09.2005 17:22:09 — Sheet: 3/4

Literaturverzeichnis

Die Dokumente der LIGO Scientific Collaboration sind im *LIGO Document Control Center* (http://www.ligo.caltech.edu/) unter der angegebenen Dokumentennummer frei erhältlich.

[AMR+02] Amin, R. ; Müller, G. ; Rahkmanov, M. ; Reitze, D. ; Tanner, D.B. ; Wise, S.: Advanced LIGO: Input Optics Subsystem Conceptual Design Document. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2002), Nr. LIGO-T020027-00-D

[And84] Anderson, Dana Z.: Alignment of resonant optical cavities. In: *Applied Optics* 23 (1984), Nr. 17, S. 2944–2949

[Bla01] Black, Eric D.: An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization. In: *Am. J. Phys.* 69 (2001), Nr. 1, S. 79–87

[Bro99] Brozek, Oliver S.: *Frequenzstabilisierung eines Nd:YAG-Hochleistungs-Laser-Systems für den Gravitationswellendetektor GEO600*, Universität Hannover, Diss., 1999

[BSMM01] Bronstein, I.N. ; Semendjajew, K.A. ; Musiol, G. ; Mühlig, H.: *Taschenbuch der Mathematik.* Verlag Harri Deutsch, 2001

[Dat04] DataRay Inc.: Application Note: Beam Fit Algorithms. (2004)

[DHK+83] Drever, R. W. P. ; Hall, J. L. ; Kowalski, F. V. ; Hough, J. ; Ford, G. M. ; Munley, A. J. ; Ward, H.: Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator. In: *Applied Physics B* (1983), Nr. 31, S. 97–105

[F+01] Fritschel, Peter u. a.: Advanced LIGO: Advanced LIGO Systems Design. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2001), Nr. LIGO-T010075-00-D

[FKS+05] Frede, Maik ; King, Peter ; Savage, Rick ; Wilhelm, R. ; Willke, Benno: Advanced LIGO: Advanced LIGO Pre-stabilized Laser Conceptual Design Document. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2005), Nr. LIGO-T050035-02-D

[Fre94] FREITAG, Ingo: *Entwicklung und Charakterisierung einer Laserstrahlquelle für den interferometrischen Nachweis von Gravitationswellen*, Universität Hannover, Diss., 1994

[Fri93] FRITSCHEL, Peter: Notes on the laser frequency stabilization. In: *VIRGO, Internal working note* (1993), Nr. PJT93-009

[Fri05] FRITSCHEL, Peter: Advanced LIGO PSL Design Requirements & Conceptual Design Review report. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2005), Nr. LIGO-M050176-00-D

[Gro99] GROTE, Hartmut: *Autoalignment am GEO600-Modecleaner*, Universität Hannover, Diplomarbeit, 1999

[Hei99] HEINZEL, Gerhard: *Advanced optical techniques for laser-interferometric gravitational-wave detectors*, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Diss., 1999

[Hei00] HEINZEL, Gerhard: *LISO – Program for Linear Simulation and Optimization of analog electronic circuits*. Version 1.79. 2000. – Programm

[HH02] HOROWITZ, Paul ; HILL, Winfield: *Die hohe Schule der Elektronik 1.* Elektor-Verlag, 2002

[ISO99] Norm ISO-11146 1999. *Lasers and laser-related equipment — test methods for laser beam parameters — Beam widths, divergence angle and beam propagation factor*

[KB85] KANE, Thomas J. ; BYER, Robert L.: Monolithic, unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser. In: *Optics Letters* 10 (1985), Nr. 2, S. 65–67

[KE93] KIMEL, Isidoro ; ELIAS, Luis R.: Relations Between Hermite and Laguerre Gaussian Modes. In: *IEEE Journal of Quantum Electronics* 29 (1993), Nr. 9, S. 2562–2567

[KL66] KOGELNIK, H. ; LI, T.: Laser Beams and Resonators. In: *Applied Optics* 5 (1966), Nr. 10, S. 1550–1567

[KP01] KAUPPINEN, Jyrki ; PARTANEN, Jari: *Fourier Transforms in Spectroscopy*. WILEY-VCH, 2001

[MAR+02] MÜLLER, G. ; AMIN, R. ; RAKHMANOV, M. ; REITZE, D. ; TANNER, D.B. ; WISE, S.: Advanced LIGO: Input Optics Subsystem Design Requirements Document. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2002), Nr. LIGO-T020020-00-D

[MMRW94] Morrison, Euan ; Meers, Brian J. ; Robertson, David I. ; Ward, Henry: Automatic alignment of optical interferometers. In: *Applied Optics* 33 (1994), Nr. 22, S. 5041–5049

[Mül03] Müller, Guido: Pointing Requirements in Advanced LIGO, Part I. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2003), Nr. LIGO-T020022-01-D

[PTVF92] Press, William H. ; Teukolsky, Saul A. ; Vetterling, William T. ; Flannery, Brian P.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Second Edition. Cambridge University Press, 1992

[RSS+81] Rüdiger, A. ; Schilling, R. ; Schnupp, L. ; Winkler, W. ; Billing, H. ; Maischberger, K.: A mode selector to suppress fluctuations in laser beam geometry. In: *Optica Acta* 28 (1981), Nr. 5, S. 641–658

[Sau94] Saulson, Peter R.: *Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors*. World Scientific, 1994

[Sch05a] Schilling, Roland: *OptoCad – A Fortran 95 module for tracing Gaussian beams through an optical set-up*. Version 0.80j. 2005. – Programm

[Sch05b] Schulz, Bastian: *Entwicklung eines optischen Nd:YVO4-Verstärkers mittlerer Leistung*, Fachhochschule Südwestfalen, Diplomarbeit, 2005

[Sei05] Seifert, Frank: Private Mitteilung. (2005)

[Sie90] Siegman, A. E.: New developments in laser resonators. In: *SPIE* 1224 (1990), S. 2–14

[ST91] Saleh, Bahaa E. ; Teich, Malvin C.: *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, Inc., 1991

[TH04] Tröbs, Michael ; Heinzel, Gerhard: *LPSD – Logarithmic frequency axis Power Spectral Density*. 2004. – Programm

[Trö05] Tröbs, Michael: *Laser development and stabilization for the spaceborn interferometric gravitational wave detector LISA*, Universität Hannover, Diss., 2005

[Ueh97] Uehara, Noboru: Ring Mode Cleaner for the Initial LIGO 10 Watt Laser. In: *Internal Report* (1997)

[W+04] Willke, Benno u. a.: Advanced LIGO: Pre-Stabilized Laser Design Requirements. In: *LIGO Scientific Collaboration, Internal working note* (2004), Nr. LIGO-T000035-00-W

[Wan91] Wangenheim, Lutz von: *Aktive Filter in RC- und SC-Technik*. Hüthig Buch Verlag GmbH, 1991

[Wei] Weisstein, Eric W. ; Wolfram Research (Hrsg.): *Hermite Polynomial*. http://mathworld.wolfram.com/HermitePolynomial.html. – Online–Ressource, Abruf: 1. September 2005

[WK+04] Williams, Thomas ; Kelley, Colin u. a.: *Gnuplot*. Version 4.0. 2004. – Programm

[WUG+98] Willke, B. ; Uehara, N. ; Gustafson, E. K. ; Byer, R. L. ; King, P. J. ; Seel, S. U. ; Savage, R. L. J.: Spatial and temporal filtering of a 10-W Nd:YAG laser with a Fabry-Perot ring-cavity premode cleaner. In: *Optics Letters* 23 (1998), Nr. 21, S. 1704–1706

[Yar75] Yariv, Amnon: *Quantum Electronics*. Second Edition. John Wiley & Sons, 1975

[Zaw03] Zawischa, Ivo: *Injektionsgekoppelte diodengepumpte Nd:YAG- und Nd:YVO4-Laser für terrestrische interferometrische Gravitationswellendetektoren*, Universität Hannover, Diss., 2003

Danksagung

Ich danke alle Mitarbeitern des Instituts und des LZHs, die mich im Laufe des Jahres bei dieser Arbeit unterstützt haben und zu der guten Arbeitsatmosphäre beigetragen haben. Ich möchte besonders Karsten Danzmann für die Möglichkeit danken, meine Diplomarbeit am Institut schreiben zu können und für die erstklassigen Grundlagen hier in Hannover, die diese Arbeit erst ermöglichten.

Meinem Betreuer Benno Willke danke ich für die enormen Freiheiten, die er mir im Rahmen meines Themas gelassen hat und die jahrelange Unterstützung im Vorfeld der Diplomarbeit, die mein Interesse an diesem Arbeitsgebiet geweckt hat. Außerdem danke ich ihm und den übrigen Kollegen der Lasergruppe für die regelmäßigen Treffen, bei denen einerseits die Einordnung in das „Große Ganze“ klarer wurde und man Einblicke in die Arbeit der anderen Kollegen gewann.

Großer Dank gilt zudem Frank Seifert, der mich täglich im Labor tatkräftig unterstützt hat. Es hat immer Spaß gemacht stundenlang mit ihm über Ergebnisse der Experimente zu reden und über neue spannende Experimente nachzudenken.

Für das Korrekturlesen dieser Arbeit und die Verbesserungsvorschläge danke ich Annika Reiche, Frank Seifert und Benno Willke.

Schließlich möchte ich meinen Eltern und meiner Verlobten für die Unterstützung während meines Physikstudiums und insbesondere während des letzten Jahres herzlichst danken. Ohne ihre Geduld und Hilfe wäre diese Arbeit kaum zustande gekommen.

Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere, die vorliegende Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln erstellt zu haben.

Hannover, den 26. September 2005

Patrick Kwee